

S a d r Ź a j

<u>S A D R Ź A J</u>	1
<u>ELEKTRIÈNE MAŠINE</u>	2
<u>KONVERZIJA ENERGIJE</u>	2
<i>Elektroenergetski procesi</i>	2
<i>Elektrostatičke mašine</i>	3
<u>Konvertor sa magnetskim sprežnim poljem</u>	7
a) Izvori nisu priključeni.....	9
b) Izvori su priključeni (konstantne struje).....	9
<u>Lagranžov formalizam</u>	11
<i>W_p – potencijalna energija</i>	12
<i>W_k – kinetička energija</i>	12
Gubici.....	13
<i>Elektromehnički konvertor sa n spregnutih kontura</i>	14
<i>Blok dijagram elektromehaničke konverzije u konvertoru sa n sprež nih kontura</i>	18
<i>Podela na jednostrano i dvostrano napajane mašine</i>	19
<u>PODELA NA MAŠINE JEDNOSMERNE STRUJE I MAŠINE NAIZMENIÈENE STRUJE</u>	23
<u>SINUSOIDALNO RASPODELJEN NAMOTAJ KAO FILTAR</u>	32
<u>MAŠINE JEDNOSMERNE STRUJE</u>	39
<u>Od čega se sastoje mašine jednosmerne struje</u>	42
a) Hladno valjani limovi.....	47
b) Toplo valjani limovi.....	47
<u>DINAMIÈKI MODEL ELEKTRIÈNOG PODSISTEMA</u>	56
<u>MAŠINE JEDNOSMERNE STRUJE SA NEZAVISNOM POBUĐOM</u>	58
<u>I Kvadrant</u>	60
<u>II Kvadrant</u>	60
<u>III Kvadrant</u>	60
<u>IV Kvadrant</u>	60
<u>SLABLJENJE POLJA</u>	65
<u>REDNO POBUĐENI MOTOR</u>	81
<u>DINAMIÈKI MODEL MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE – BLOK DIJAGRAM</u>	83
<u>BILANS SNAGE MAŠINA JEDNOSMERNE STRUJE</u>	84

Elektriène mašine

Konverzija energije

Imamo dve vrste konverzije energije:

- elektrièna u elektriènu – TRANSFORMATORI
- elektrièna u mehanièku – MAŠINE

Elektroenergetski procesi

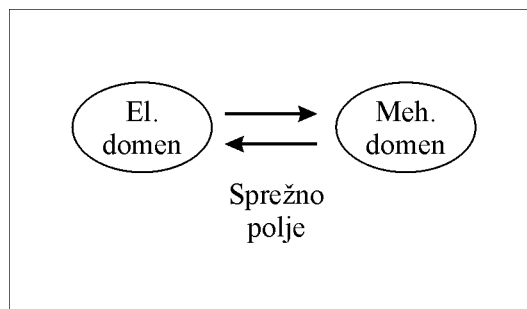
Akumulacija (energija se akumulira u kondenzatorima, zavojnicima i zamajcima – obrtna masa)

- Transformacija
- Elektromehanièka konverzija
- Konverzija u toplotu
- Konverzija u EM talas
- Prenos

Prouèavamo transformaciju i elektromehanièku konverziju zbog èega moramo da napravimo:

1. Matematièki model procesa konverzije
2. Zamenske šeme za stacionarna stanja
3. I/O karakteristike
4. Zanimarimo upravljanje procesom konverzije.

Transformacija podrazumeva pretvaranje naizmeniènih napona i struja odreðene frekvencije u neke druge napone i struje iste frekvencije.

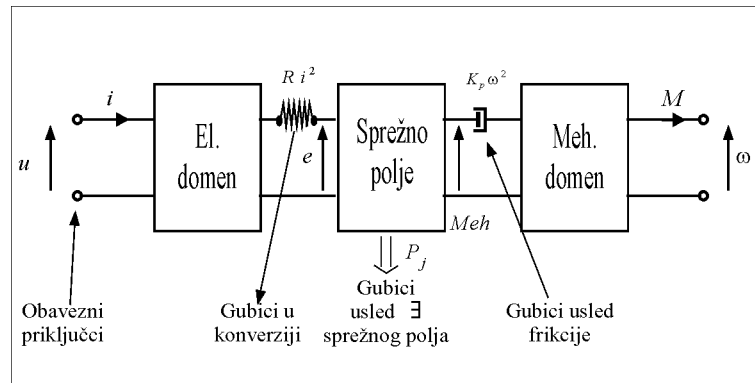


Slika 1. Konverzija

Svaki konvertor ima barem dva prikljuèka sa svetom: elektrièni i mehanièki. Preko elektriènog se razmenjuje energija sa transformatorom. U elektriènom domenu imamo gubitke koji su modelovani sa Ri^2 .

Sprežno polje omoguæuje da se elektrièna snaga konvertuje u mehanièku ili obrnuto. Sprežno polje moæe biti:

- dominantno elektrièno i
- dominantno magnetno



Slika 2. Blok dijagram elektromehaničkog konvertora

Sve elektromehaničke konvertore delimo na one kod kojih je sprežno polje dominantno električno (elektrostatički konvertori, ima ih relativno malo) i na one kod kojih je dominantno magnetno polje (elektromagnetni konvertori, npr. transformatori)

Veličina mašine zavisi od veličine električnog i mehaničkog domena i prostora koji zauzima sprežno polje.

Snaga konverzije je zavisna od energije polja.

Elektrostatički konvertori (sa \vec{E} poljem)
 –statički (pozicioniranje glave na tvrdom disku)
 –kondenzatorski mikroskop
 –kristali...

Elektromagnetni konvertori (sa \vec{H} poljem)
 –transformatori
 –električne mašine

Gustina spreznog polja

$$E$$

$$\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$\epsilon_0 \sim 10^{-11}$$

$$H$$

$$\frac{1}{2} \mu_0 H^2$$

$$\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$$

Kako je $\mu_0 \gg \epsilon_0$ sledi da je energija koja se može akumulirati u magnetnom polju mnogo veća. Zato se najviše prave konvertori sa magnetnim sprežnim poljem.

$$\text{rot } \vec{H} = + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

ako nema kretanja nema ni \vec{H}

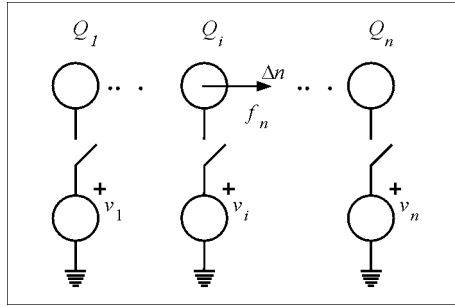
ako nema kretanja nema ni \vec{E}

Da bi postojala konverzija, mora da postoji kretanje. U oba konvertora se zato pojavljuje vektor \vec{P} (Pointingov vektor).

Elektrostatičke mašine

Elektrostatičke mašine sastoje se iz grupe provodnika koji se nalaze u elektrostatičkom polju. Barem jedan od provodnika treba da može da se pokrene.

Za translatorno kretanje je $W_{meh} = f_r \Delta r$, gde je $f_r \rightarrow$ sila a $\Delta r \rightarrow$ pomeraj. Za rotaciono kretanje je $W_{meh} = M \Delta \varphi$.



Slika 3.

Prekidači provodnici mogu biti priključeni na izvor koji će održavati njihov napon konstantnim.

$$e = \frac{D}{E} = \text{const za linearnu sredinu (polje linearno).$$

$$Q_j = \sum c_{ij} v_i \quad \text{ili} \quad \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

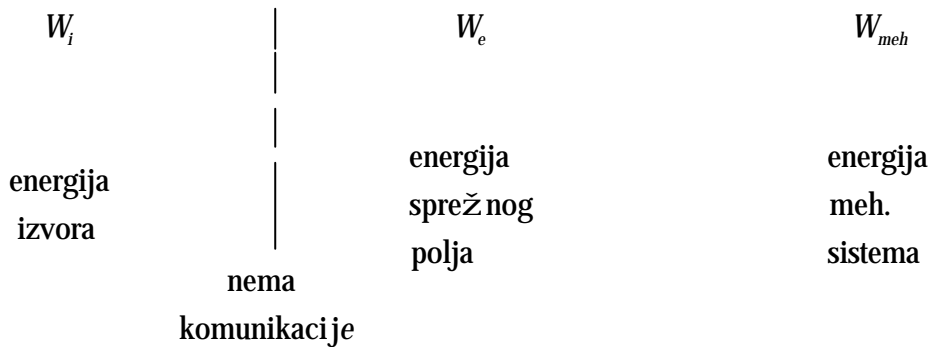
Energija sprežnog polja W_e :

$$W_e = \frac{1}{2} \int_V \rho v dV + \frac{1}{2} \int_S \sigma v dS$$

$$W_e = \int_V \left(\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{D} \right) dV$$

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j c_{ij} v_i v_j$$

a) Izvori nisu priključeni: (konstantno Q)



Sledeća formula uvek važi:

$$f_r = - \frac{\partial W_e}{\partial r} \Big|_{Q=\text{const}}$$

Sila je parcijalni izvod energije po pomaku. Samo za linearnu sredinu je:

$$f_r = - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j v_i v_j \frac{\partial c_{ij}}{\partial r}$$

b) Izvori su priključeni: (konstantno U)

Ukupan rad svih izvora dat je sa $dW_i = \sum_j U_j dQ_j$.

Sam proces konverzije zahteva da barem neki od koeficijenata c_{ij} bude funkcija pomeraja ∂r (inače nema konverzije).

Energija koju daje izvor se deli na uvećanje energije polja i uvećanje energije mehaničkog sistema.

$$dW_i = dW_e + dW_{meh}$$

$$dW_i = \sum_i \sum_j v_i v_j \frac{\partial c_{ij}}{\partial r} dr = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j v_i v_j \frac{\partial c_{ij}}{\partial r} dr + f_r dr$$

Varijacija Q_i je prouzrokovana varijacijom c_{ij} , jer su potencijali konstantni.

Za linearnu sredinu je:

$$dW_i = 2 \cdot dW_e \Rightarrow f_r = \frac{\partial W_i}{\partial r} - \frac{\partial W_e}{\partial r} = + \frac{\partial W_e}{\partial r} \Big|_{U=\text{const}}$$

Za nelinearnu sredinu imamo da je:

$$W_e' = \int_V (\int \vec{D} d\vec{E}) dV$$

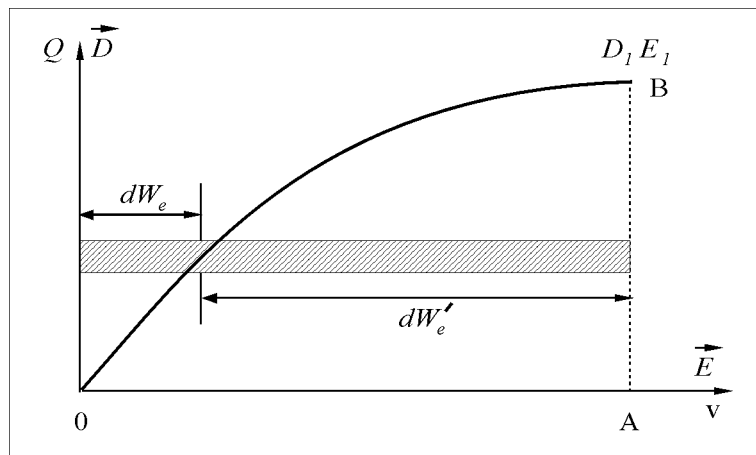
pa je tačan izraz:

$$f_r = + \frac{\partial W_e'}{\partial r} \Big|_{U=\text{const}}$$

U slučaju da je sredina linearna $D = \epsilon E$, pa je za linearan dielektrik:

$$\int \vec{D} d\vec{E} = \int \vec{E} d\vec{D} \Rightarrow \text{koenergija} = \text{energija}$$

Gornja formula ne važi kod nelinearnog dielektrika.



Slika 4.

Za nelinearne imamo:

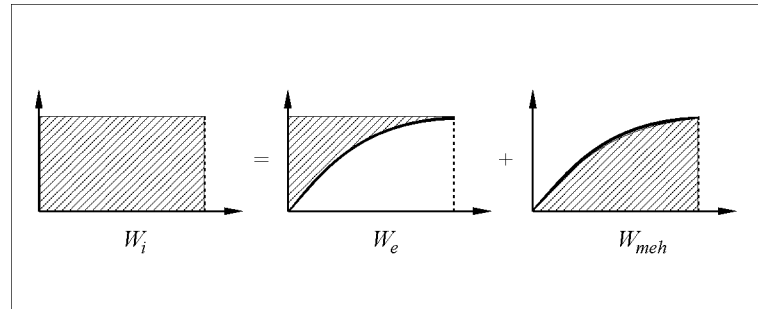
$$W_e = \int_v (\vec{E} d\vec{D}) dv \Rightarrow \int v dq$$

$\int \vec{E} d\vec{D}$ je specifična gustina energije polja.

Kolika je ukupna energija koju mora da uloži izvor da bi stigao u tačku D_1, E_1 ?

Na putu OA provodnici su daleko pa su C_{ij} su vrlo niske i pretpostavljamo da nema ni rada.

Kad poñemo da približavamo provodnike, put AB, održavamo konstantan potencijal, C_{ij} raste, priraštaj energije izvora je $dW_i = U dq$, površina šrafirana na Slici 4.



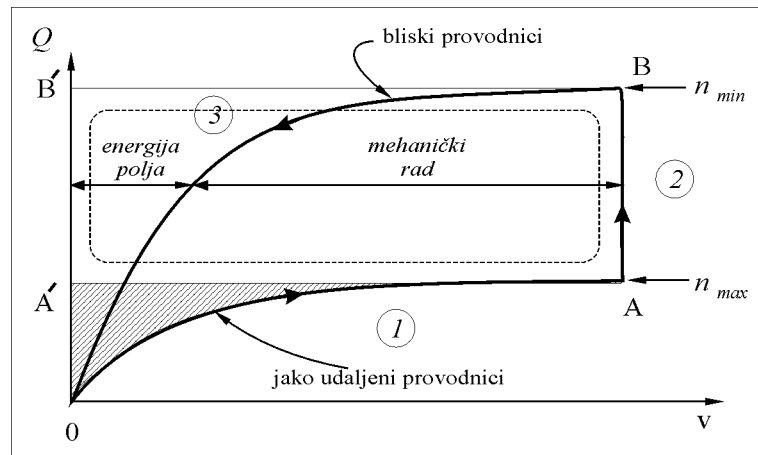
Slika 5.

Koenergija ne postoji, ona je samo pojam, ona odgovara iznosu energije koji je pretvoren u mehanički rad.

Priraštaj mehaničkog rada je jednak priraštaju koenergije.

$$dW_{meh} = f_r dr = dW_e'$$

Svaki proces konverzije se obavlja u ciklusima. Tipičan ciklus razmene energije:



Slika 6.

Pretpostavka je da imamo sistem sa 2 provodnika od kojih je jedan uzemljen, drugi priključen na neki izvor a rastojanje između njih može da varira.

1. Na putu OA nema pomeraja pa nema ni mehaničkog rada. Pretpostavimo da je napon na izvoru varijabilan, tako da bez gubitaka postepeno povećavamo Q , a energija izvora prenosi se elektrostatičkoj energiji $W_i \Rightarrow W_e$. Na grafiku, W_e je proporcionalno sa OAA' (ako imamo C priključen na idealni naponski izvor, struja punjenja ne može da bude beskonačna jer pola energije izvora CU^2 odlazi na emitovanje EMT a na C -u ostaje druga polovina).

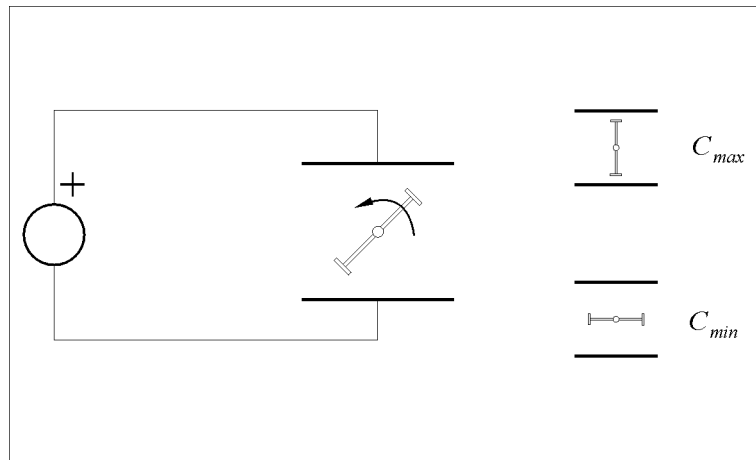
2. Na AB potencijal izvora $U = \text{const.}$, $r \downarrow$, $c \uparrow$, Q provodnika \uparrow pa energija koju daje izvor:

$$W_i = U(Q_B - Q_A)$$

Na grafiku je ova energija prikazna delom površine $ABB'A'$. Jedan deo ove energije ide na mehanički rad, a delom u uvećanje energije polja.

3. Kako je $r = \text{const}$ onda nema više mehaničkog rada $dW_{meh} = 0$ pa se $W_e \Rightarrow W_i$, energija polja vraća se nazad u izvor. Izvor preuzima na sebe naelektrisanje Q_B . Da bi ovo bilo moguće, mora postojati mogućnost kontinualne promene napona izvora.

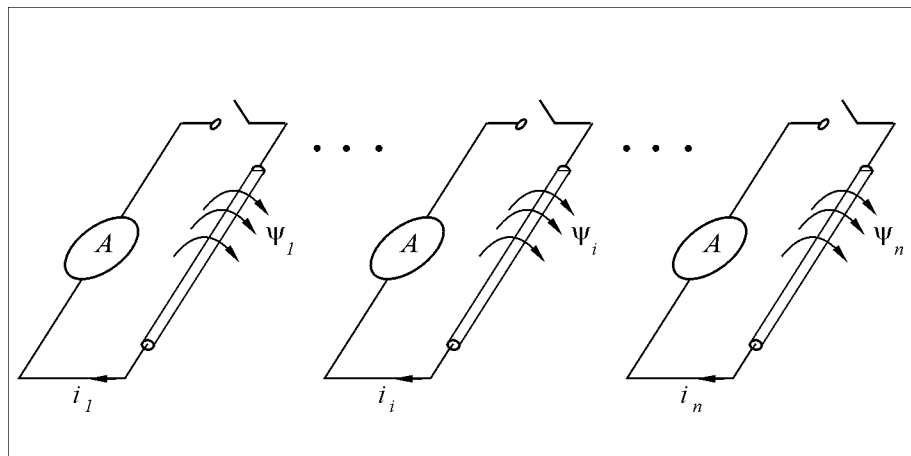
Ukupno izvor je emitovao energiju proporcionalnu površini koju opiše radna tačka, što je energija koja se pretvara u mehanički rad. Da bi smo nastavili proces dalje potrebno je udaljiti provodnike, da se ne bi stalno povećavao razmak provodnika (translatorno kretanje) prave se obrtni konvertori (mašine).



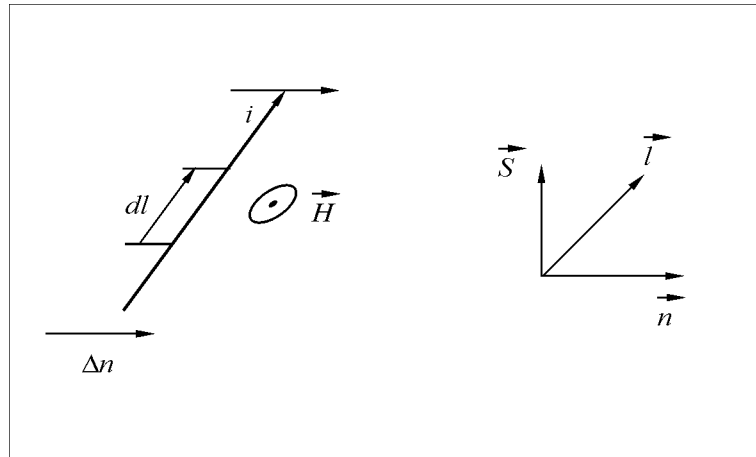
Slika 7.

Konvertor sa magnetskim sprežnim poljem

Sastoji se od velikog broja provodnika koji mogu, ali ne moraju da budu priključeni na strujne izvore.



Slika 8.



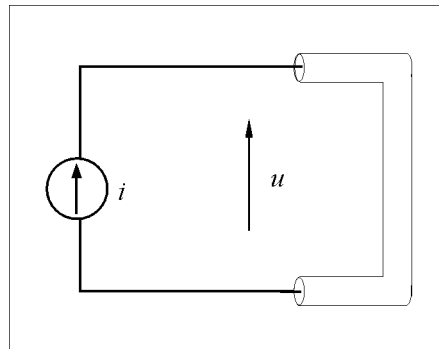
Slika 9. (greška na slici: vektori n i Δn su ispravno vektori r i Δr)

$$d\vec{f} = i \cdot d\vec{l} \times \mu_0 \vec{H}$$

$$d(\Delta W_{meh}) = d\vec{f} \cdot \Delta\vec{r} = i \cdot d\vec{l} \times \vec{B} \cdot \Delta\vec{r} = i \cdot \Delta\vec{r} \times d\vec{l} \cdot \vec{B}$$

gde je $\Delta\vec{r} \times d\vec{l} = d\vec{S}$ površina normalna na ravni $d\vec{l}$ i $\Delta\vec{r}$, a $d(\Delta W_{meh}) = i d\vec{S} \cdot \vec{B} = i d\Psi$ –fluks.

Snaga izvora se troši na pokrivanje gubitaka u konverziji i na mehanički rad.



Slika 10.

$$u = Ri + \frac{d\Psi}{dt}$$

$$P_{izv} = Ri^2 + i \frac{d\Psi}{dt} = Ri^2 + \frac{dW_{meh}}{dt}$$

gde su Ri^2 –gubici nastali tokom konverzije a $i \frac{d\Psi}{dt}$ - mehanički rad.

Kako je $\frac{d\Psi}{dt} = e \approx EMS$ imamo

$$e \cdot i = \frac{d\Psi}{dt} i = \frac{d\Psi}{dt} \cdot i = \frac{dW_{meh}}{dt} = Fv = MW$$

gde je $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$. Na ovaj naèin se povezuje elektrièni sa mehanièkim sistemima ($e i = M \mathbf{v}$).

Energija sprežnog polja :

$$W_m = \int_V \left(\int \vec{\mathbf{H}} d\vec{\mathbf{B}} \right) dV = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j i_i i_j L_{ij}$$

gde je $\int \vec{\mathbf{H}} d\vec{\mathbf{B}}$ gustina magnetne energije.

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_k \Psi_k i_k = \sum_j L_{jk} i_j i_k$$

ovde je L_{jk} –međusobna induktivnost provodnika.

a) Izvori nisu prikljuèeni

Ako izvori nisu prikljuèeni provodnici su kratko spojeni (imamo n k.s. kontura) (Kod elektrostatièkog bila su konstantna naelektrisanja)

$$u_j = 0 = R_j i_j + \frac{d\Psi_j}{dt}$$

èlan $R_j i_j$ možemo izbrisati ako zanemarimo gubitke $\Rightarrow \frac{d\Psi_j}{dt} = 0 \Rightarrow \Psi_j = \text{const}$.

Na raèun umanjenja energije polja možemo uveæavati energiju mehanièkog sistema.

Za linearnu sredinu (samo za nju možemo definisati induktivnosti)

$$f_r = - \left. \frac{\partial W_m}{\partial r} \right|_{\Psi = \text{const}} = - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j i_i i_j \frac{\partial L_{ij}}{\partial r}$$

Za nelinearnu sredinu važi $f_r = - \frac{\partial W_m}{\partial r}$.

b) Izvori su prikljuèeni (konstantne struje)

Za linearnu sredinu

$$dW_{izv} = \sum_i I_i d\Psi = \sum_i \sum_j I_i I_j \frac{\partial L_{ij}}{\partial r} \cdot dr$$

$$dW_{meh} = dW_{izv} - dW_m$$

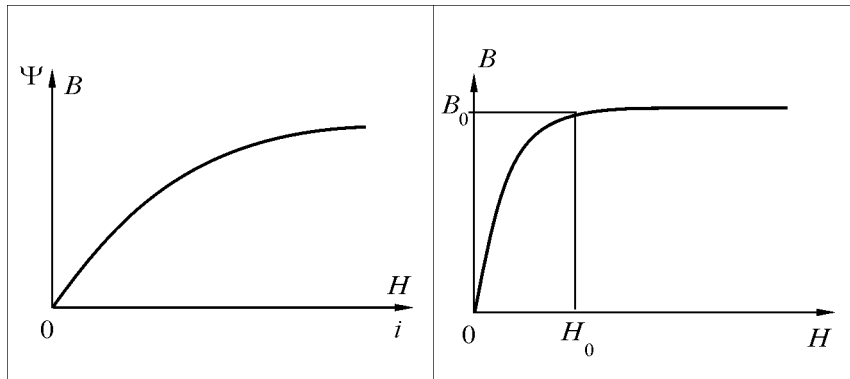
dW_m – je promena energije magnetnog polja.

Za linearan sluèaj

$$dW_{izv} = 2 dW_m \quad \rightarrow \quad f_r = + \left. \frac{\partial W_m}{\partial r} \right|_{i = \text{const}}$$

Treba ovo razlikovati od $f_r = - \left. \frac{\partial W_m}{\partial r} \right|_{\Psi = \text{const}}$.

Nelinearna B–H karakteristika vrlo je česta kod mašina, jer se magnetno sprežno polje realizuje pomoću materijala koji često odlaze u zasićenje.



Slika 11.

Ovakvu krivu je teško matematički modelovati, ali se može aproksimirati sa :

$$\left(\frac{H}{H_0}\right) = \beta \left(\frac{B}{B_0}\right) + (1 - \beta) \left(\frac{B}{B_0}\right)^s$$

$b = 0,8$ a $s = 9$

Za nelinearni feromagnetik

$$W_m' = \int_V (\int \mathbf{B} d\mathbf{H}) dV = \int \Psi di$$

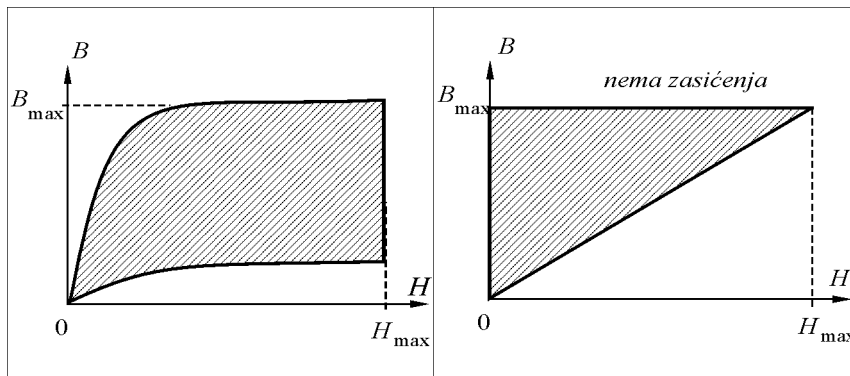
gde je $\int \Psi di$ koenergija.

$$f_r = + \frac{\partial W_m'}{\partial r} \Big|_{i=\text{const}}$$

izraz je analogan kao za elektrostatičke mašine.

Ako je sredina linearna $\int \bar{\mathbf{H}} d\bar{\mathbf{B}} = \int \bar{\mathbf{B}} d\bar{\mathbf{H}}$ pa sledi da je energija jednaka koenergiji.

Predhodni izraz za W_m' se može koristiti za izražavanje energije.

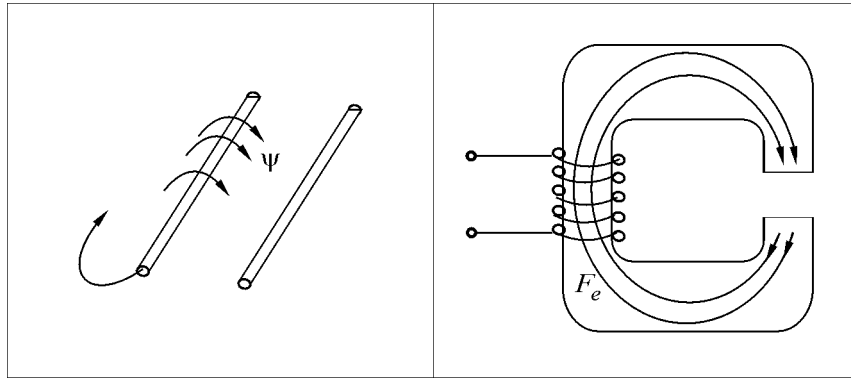


Slika 12.

U pogledu cikličnosti, jako je pogodno imati magnetni materijal koji ide u zasićenje. Proizvod $H_{\max} B_{\max}$ na neki način određuje veličinu mašine. Ukoliko materijal ulazi u zasićenje, uz

iste koordinate krajnje tačke B_{\max} , H_{\max} , konvertujemo skoro dva puta više energije u mehaničku nego u slučaju kada imamo linearan magnetski materijal.

Nadalje ćemo izučavati konvertore sa magnetskim sprežnim poljem.



Slika 13.

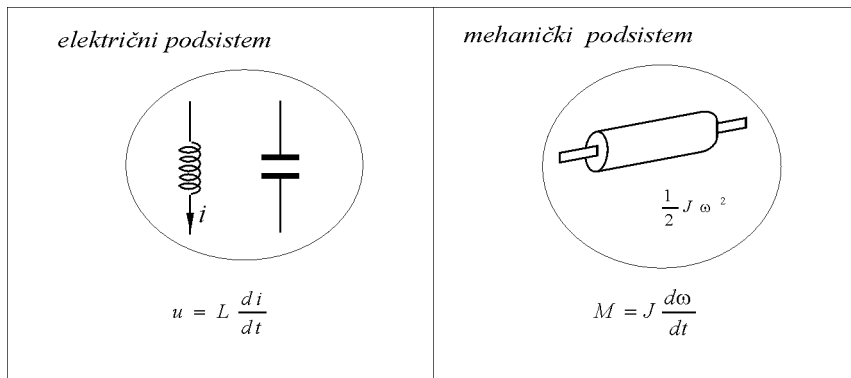
Fluks se ne prostire kroz vakum, već kroz magnetno kolo velike permeabilnosti μ (da bi se smanjili gabariti kola). Uvek postoji i strujno kolo. Treba uočiti i razlikovati kod svake mašine šta je magnetsko a šta strujno kolo.

Proučavaćemo obrtne mašine, nepokretan deo stator, pokretan deo rotor i vazdušni zazor između.

Lagranž ov formalizam

To je pristup modelovanju procesa elektromehaničke konverzije.

U svakom elektromehaničkom sistemu može se uočiti električni i mehanički podsistem.



Slika 14.

Na slikama su prikazane komponente koje akumuliraju energiju.

Uključujući se radi o linearnim sredinama, tada je zavisnost između koordinate stanja koje definiše energiju (ovde je to struja) i same energije linearna. Istoj tako sila, moment ili napon koji teže da izmene izvod konkretne koordinate stanja utiče na linearan način na izmenu koordinate stanja.

Međutim, izrazi $\frac{di}{dt} = \frac{U}{L}$ i $\frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{J}$ nisu uvek takvi i važe samo u slučaju linearne sredine.

Naime ako bi imali zavisnost L od i ($L(i)$) tada bi važilo:

$$u = \frac{\partial L}{\partial i} \frac{di}{dt} + L(i) \frac{di}{dt}$$

Ukoliko sad napišemo izraz za energiju $W_L = \frac{1}{2} Li^2$ i uoèimo $\frac{\partial W_L}{\partial t} = Li$ dobijamo izraz koji i za linearnu i za nelinearnu sredinu daje zavisnost izmeðu strmine promene koordinate stanja i energije i generalizovane sile.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_L}{\partial t} \right) = u$$

I – set jednaèina koje prelazne procese u jednom elektromehnièkom konvertoru opisuje koristeæi energiju umesto promenljivih stanja zove se LAGRANŽOV FORMALIZAM.

II – set jednaèina koji opisuje dinamièko ponašanje elektromehanièkih sistema u funkciji W_p i W_k (umesto u funkciji koordinate stanja) zove se Lagranžov formalizam.

W_p –potencijalna energija

Potencijalna energija zavisi od položaja naelektrisanja, mase...

Koordinate koje definišu W_p su q – ugao, l – visina, Q – naelektrisanje.

Tako imamo da je $W_p = mql$ ili $W_p = \frac{Q^2}{2C}$.

W_k –kinetièka energija

Kinetièka energija je ona energija koja egzistira zahvaljujuæi kretanju.

W_k jedne obrtne mase zavisi od ugaone brzine $\omega \rightarrow \dot{q}$

W_k tela koje se kreæe zavisi od brzine tela $v \rightarrow \dot{l}$

W_k jedne prigušnice zavisi od naelektrisanja u pokretu (struja) $i \rightarrow \dot{Q}$.

U Lagranžovom formalizmu ove koordinate stanja æemo obeležavati sa q .

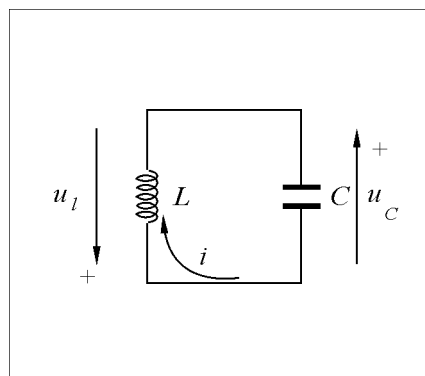
$q_1 \dots q_n$ – ovih koordinata je po pravilu dvostruko manje nego što ima koordinata stanja u klasiènom pristupu. Ove koordinate stanja (ω, v, i) su izvodi koordinata stanja koje definišu W_p .

$$W_k = f_k \left(\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, q_1, \dots, q_n, t \right)$$

$$W_p = f_p (q_1, \dots, q_n)$$

ove jednaèine važe kada sistem nije linearan i stacionaran.

Jedna generalizovana koordinata stanja q može se prikazati



Slika 15.

Izraz koji važi i za nestacionarni sistem, pod uslovom da je linearan:

$$W_p = f_p(q) = \frac{q^2}{2c}$$

$$W_k = f_k(\dot{q}) = \frac{1}{2} L \dot{q}^2$$

$$u_c + u_L = 0$$

$$\frac{q}{c} + L \ddot{q} = 0 \Rightarrow \frac{\partial W_p}{\partial q} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}} \right) = 0$$

Gubici

Rayleigh–eva funkcija gubitaka glasi

$$F = \frac{1}{2} \sum_i K_c \dot{q}_i^2$$

bez obzira da li se radi o elektriènom ili mehanièkom sistemu, gubici postoje samo ako ima kretanja i srazmerni su izvodu generalizovane koordinate stanja.

Definišimo generalizovane sile:

$u \rightarrow$ teži da promeni Q i i

$F \rightarrow$ teži da izmeni rastojanje i brzinu l, v

$M \rightarrow$ teži da izmeni ugao φ i w .

Sve ove sile koje imamo na prikljuècima elektromehanièkog konvertora i koje teže da izmene neku od generalizovanih koordinata stanja i njen izvod nazivamo generalizovane sile.

Opšti oblik Lagranžove jednaèine:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial W_k}{\partial q_i} + \frac{\partial W_p}{\partial q_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} = p.$$

Gde je p – n –dimenzioni vektor generalizovanih sila a $i \in [1, \dots, n]$

Imamo n ovakvih jednaèina. Mnoge od ovih jednaèina æe se završavati sa 0, a ne sa p . Generalizovanih sila ima onoliko koliko ima prikljuèaka sa spoljašnjim svetom. U gornjoj jednaèini tvrdimo da jedan sisitem reda $2n$ može da se opiše sa n diferencijalnih jednaèina, međutim imamo još n jednaèina koje glase:

$$\dot{q}_1 = \frac{d}{dt} q_1, \dots, \dot{q}_n = \frac{d}{dt} q_n.$$

Lagranžijan:

$$L = W_k - W_p,$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}} = p.$$

Za konzervativan sistem (nema prikljuèaka sa spoljašnjim svetom, nema frikcije) važi:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0$$

Ovakav sistem niti uzima energiju niti ima gubitaka.

Elektromehnièki konvertor sa n spregnutih kontura

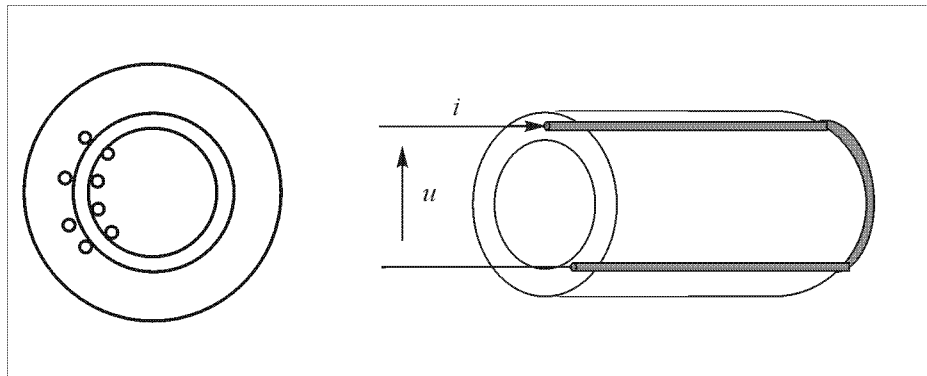
Analiziraæemo cilindriène generatore sa nekoliko namotaja (koji rade na magnetnom principu).

Za ovakvu konturu važi jednaèina naponskog balansa:

$$u_i = R_i i_i + \frac{d}{dt} \psi_i$$

$$u_i = \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_i} \right)$$

F –je *Rayleigh*–eva funkcija gubitaka.



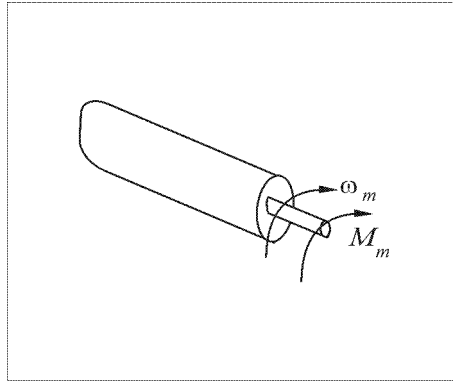
Slika 16.

Najpre æemo izraèunati èemu je jednaka elektrièna snaga koju sistem izvora (može biti do n izvora) saopštava

$$P_e = \dot{\mathbf{i}}^T \vec{\mathbf{u}},$$

$$P_m = M_m \omega_m.$$

ovo važi za sisteme sa samo jednom izlaznom osovinom.



Slika 17.

Za svaku dalju analizu elektromehaničkih konvertora moramo naèiniti neke pretpostavke:

1. Sistem sa skoncentrisanim parametrima (zanemariæemo èinjenicu da trebamo prouèavati fluks Pointigovog vektora, da je energija raspodeljena u prostoru)
2. Smatramo da se efekti parazitnih kapacitivnosti namotaja i efekti energije akumulirane u elektriènom polju mogu zanemariti

$$e E^2 \ll m H^2$$

3.– Zanemarujemo gubitke u sprežnom polju (magnetnom polju) P_{Fe} .

4.– Zanemarujemo efekte nelinearnosti i smatramo da je sistem linearan.

$$\frac{B}{H} = \frac{\Delta B}{\Delta H} = C^{tc} = \text{const}$$

Definišemo vektore:

$$\vec{u} = [u_1, \dots, u_n]^T,$$

$$\vec{i} = [i_1, \dots, i_n]^T,$$

$$\vec{\phi} = [\phi_1, \dots, \phi_n]^T,$$

$$\vec{R} = \text{diag}[R_1, \dots, R_n].$$

\vec{i} – je vektor struje, a $\vec{\phi}$ – je vektor fluksnog obuhvata i tada se jednaèina naponskog balansa može napisati kao :

$$\vec{u} = \vec{R} \vec{i} + \frac{d}{dt} (\vec{\phi})$$

n–diferencijalnih jednaèina naponskog bilansa u potpunosti definišu dinamiku elektriènog podsistema.

$$\vec{\phi} = \vec{L} \vec{i}$$

$\vec{\phi}$ – posledica delovanja u svim konturama, a $L_{ij} = f(q, l)$ sopstvena i meðusobna induktivnost mogu biti funkcije poloŹaja kontura.

$$y_1 = L_{11} i_1 + \dots + L_{1i} i_i + \dots + L_{1n} i_n.$$

Postojanje struje u bilo kojoj konturi može doprineti povećanju ili smanjenju y_1 .

Ukoliko je sistem linearan:

$$\frac{\partial L_{ij}}{\partial i_i} = 0|_{v_i},$$

$$\vec{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} L_{11} & \dots & L_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix},$$

gde matrica ima osobinu $\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{L}}^T$. Koeficijenti na glavnoj dijagonali su koeficijenti sopstvene induktivnosti, ostali koeficijenti su međusobne induktivnosti, (koeficijenti iznad ili ispod glavne dijagonale mogu biti i negativni što zavisi od načina motanja navojaka).

Energija spreznog polja za linearan sistem je:

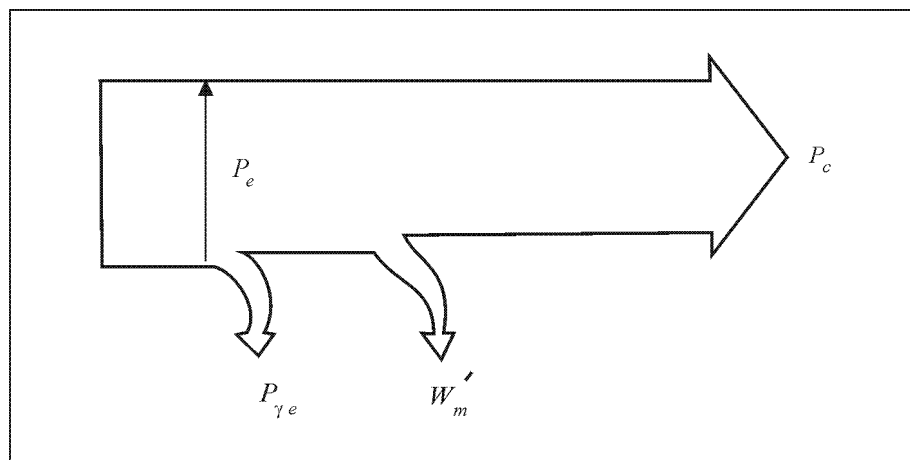
$$W_m = \frac{1}{2} \vec{\mathbf{i}}^T \vec{\mathbf{L}} \vec{\mathbf{i}} = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j L_{ij} i_i i_j.$$

Električna snaga:

$$P_e = \vec{\mathbf{i}}^T \vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{i}}^T (\vec{\mathbf{R}} \vec{\mathbf{i}}) + \vec{\mathbf{i}}^T \cdot \frac{d}{dt} (\vec{\mathbf{L}} \vec{\mathbf{i}}),$$

$$P_e = \sum R_i i_i^2 + \vec{\mathbf{i}}^T \cdot \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} \vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{i}}^T \vec{\mathbf{L}} \cdot \frac{d}{dt} (\vec{\mathbf{i}}) = P_{ge} + \frac{dW_m}{dt} + P_c.$$

Zahvaljujući činjenici da je $\vec{\mathbf{R}}$ dijagonalna matrica sledi da su gubici u el. sistemu $P_{ge} = \sum R_i i_i^2$ i $P_e - P_{ge} = \frac{dW_m}{dt} + P_c$ je uvećanje energije spreznog polja i snaga konverzije (mehanička koja je konvertovana iz električne).



Slika 18.

Izvođenje P_c

$$P_c = P_e - P_{ge} - \frac{dW_m}{dt} = \dot{\mathbf{i}}^T \cdot \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} \dot{\mathbf{i}} + \dot{\mathbf{i}}^T \vec{\mathbf{L}} \cdot \frac{d(\dot{\mathbf{i}})}{dt} - \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\dot{\mathbf{i}}^T \vec{\mathbf{L}} \dot{\mathbf{i}}),$$

$$P_c = \dot{\mathbf{i}}^T \cdot \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} \dot{\mathbf{i}} + \dot{\mathbf{i}}^T \vec{\mathbf{L}} \cdot \frac{d(\dot{\mathbf{i}})}{dt} - \frac{1}{2} \left(\frac{d}{dt} \cdot \dot{\mathbf{i}}^T \right) \vec{\mathbf{L}} \dot{\mathbf{i}} - \frac{1}{2} \dot{\mathbf{i}}^T \frac{d}{dt} (\vec{\mathbf{L}} \dot{\mathbf{i}}) - \dot{\mathbf{i}}^T \vec{\mathbf{L}} \cdot \frac{d(\dot{\mathbf{i}})}{dt},$$

$$P_c = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{i}}^T \left(\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} \right) \dot{\mathbf{i}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{i}}^T \vec{\mathbf{L}} \cdot \frac{d(\dot{\mathbf{i}})}{dt} - \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\dot{\mathbf{i}}^T) \vec{\mathbf{L}} \dot{\mathbf{i}}.$$

Pošto je matrica $\dot{\mathbf{i}}$ recipročna onda je svaki od izraza gde ona figuriše jednak $\frac{1}{2} \sum \sum L_{ij} \dot{i}_i \left(\frac{d}{dt} \dot{i}_i \right)$ pa se može skratiti tako da glasi:

$$P_c = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{i}}^T \left(\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} \right) \dot{\mathbf{i}}.$$

Sve mašine koje posmatramo biće obrtne, koeficijenti L će zavistiti od t isključivo što će oni zavistiti od ugla q_m : $\omega_m = \dot{q}_m$

$$P_c = \omega_m \cdot \frac{1}{2} \dot{\mathbf{i}}^T \left(\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{d\theta_m} \right) \dot{\mathbf{i}}.$$

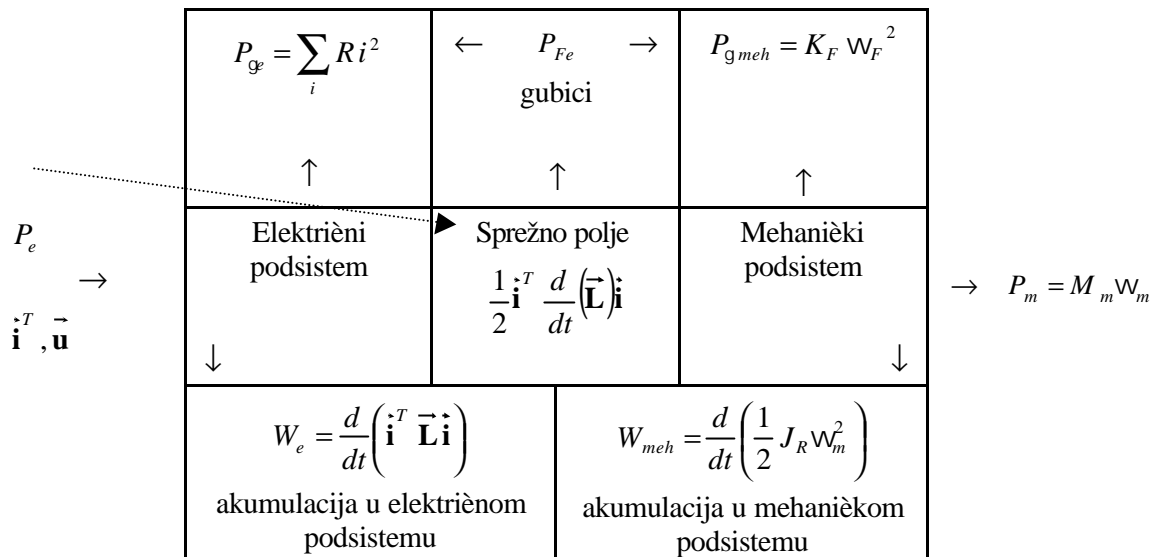
Iz svega možemo zaključiti da elektromagnetni moment koji je mera mehaničke interakcije između pokretnog i nepokretnog dela mašine uz pretpostavke date ranije (od 1 do 4) glasi:

$$M_{em} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{i}}^T \left(\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{d\theta_m} \right) \dot{\mathbf{i}}$$

$M_{em} \neq M_m$ nije jednak momentu na izlaznom mehaničkom delu mašine (zato što postoji akumulacija energije u inercijama i gubici usled frikcije, ventilacije)

$$P_c = M_{em} \omega_m.$$

Blok dijagram elektromehaničke konverzije u konvertoru sa n sprež nih kontura



Rotor ima svoj moment inercije J_R (zavisi od mase, poluprečnika). Obrtanje rotora izaziva nekakvo trenje, i to se nazivaju *Rayleigh*-eva gubici. Zbog toga se javlja moment frikcije koji je proporcionalan ugaonoj brzini obrtanja rotora:

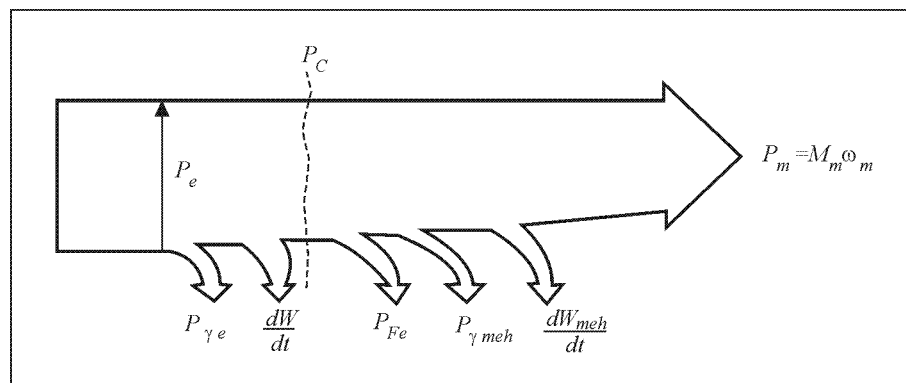
$$M_F = K_F \omega_m.$$

Pojavljaju se gubici $P_{\mathcal{M}} = K_F \omega_m^2$

Pošto smo pretpostavili da imamo samo jednu izlaznu osovinu sledi da æe diferencijalne jednačine koje opisuju prelazne pojave u mehaničkom podsystemu biti proste (Njutnova jednačina):

$$J_R \frac{d\omega_m}{dt} = M_{em} - K_F \omega_m - M_m.$$

Za ovakvu mašinu treba znati dijagram bilansa snage:



Slika 19.

Matematički model:

1. n -diferencijalnih jednačina naponskog bilansa za konverziju sa n kontura

$$\vec{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{R}} \dot{\mathbf{i}} + \frac{d}{dt} \vec{\boldsymbol{\phi}}.$$

- 2.

$$\vec{\boldsymbol{\phi}} = \bar{\mathbf{L}} \dot{\mathbf{i}}.$$

–može biti i nelinearna, ali u svakom slučaja mora biti nestacionarna (nema parcijalnog izvoda $\bar{\mathbf{L}}$ pa je snaga

konverzije jednaka nuli) mora biti kretanja

$$3. \quad M_{em} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{i}}^T \cdot \frac{d}{d\theta} \vec{\mathbf{L}} \cdot \dot{\mathbf{i}}.$$

4. Njutnova jednačina opisuje prelazne pojave u elektromehničkom sistemu

$$J_R \frac{d\omega_m}{dt} = M_{em} - K_F \omega_m - M_m.$$

Podela na jednostrano i dvostrano napajane mašine

Ukoliko je nestacionaran element matrice $\vec{\mathbf{L}}$, $\vec{\mathbf{L}}_{ii}$ (sopstvena induktivnost) dobija se jednostrano napajanje.

Ukoliko je to $\vec{\mathbf{L}}_{ij}$ (međusobna induktivnost) sledi da je mašina dvostrano napajana.

Jednostrano napajane mašine su :

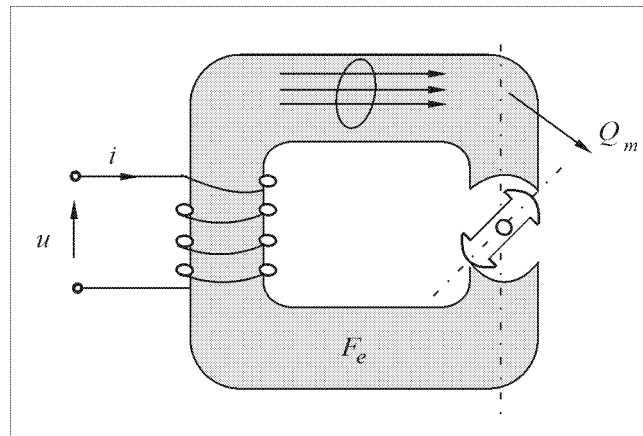
- asinhroni (indukcioni – Teslin) motor
- reluktantni motori
- rele
- step motor

$$M_{em} \sim \Psi_1^2.$$

Dvostrano napajane mašine su mašine jednosmerne struje (MJSS), sinhroni...

$$M_{em} \sim \Psi_1 \Psi_2 \sim i_1 i_2.$$

Magnetno kolo jedne jednostrano napajane mašine (veoma često, ali ne uvek, jednostrano napajana mašina ima konture (namotaje) samo na statoru ili rotoru). Skoro sve dvostrano napajane mašine imaju namotaje i na statoru i na rotoru. Pod namotajem podrazumevamo skup navojaka.



Slika 20. Na slici postoji greška jer je ugao Q_m greškom označen sa Q_m

Magnetno kolo se sastoji iz dva dela, jedan deo je nepokretan i to je stator, drugi deo magnetnog kola je rotor. Strujno kolo čini namotaj.

$$u = Ri + \frac{dy}{dt},$$

$$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{L}}_{11}.$$

Matrica L je skalar (nema spregnutih kontura zato što postoji samo jedan namotaj).

$$R_{\mu} = \frac{F}{\Phi}.$$

F – magnetopobudna sila, R_{μ} magnetni otpor a Φ – fluks kroz magnetno kolo (fluks kroz jedan navojak).

$$y = N\Phi,$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Ako zanemarimo efekte \vec{D} dobijamo kružni integral po \vec{H}

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = Ni.$$

Za jedno magnetno kolo konstantnog preseka i konstantne permeabilnosti:

$$R_m = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{l}{S_{Fe}},$$

$$\Psi = N \frac{F}{R_m} = \frac{N^2 i}{R_m},$$

$$L = N^2 / R_m,$$

onda možemo pisati:

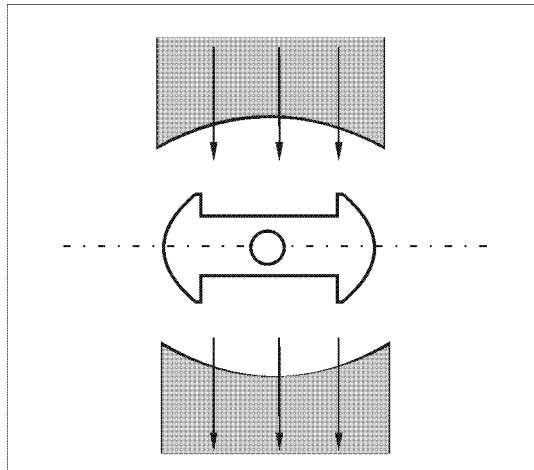
$$\Psi = Li.$$

Magnetni otpor varira u funkciji od q , jer linije magnetnog polja moraju prolaziti kroz vazduh:

$$R_m = f(q_m),$$

$$L_{11}(q_m) = L_{\min} + (L_{\max} - L_{\min}) \frac{1 + \cos(2q_m)}{2}.$$

Funkcija ima maksimum za $q_m = 0$ i minimum za $q_m = \frac{\rho}{2}$.



Slika 21.

$$u = Ri + L_{11}(q_m) \frac{di}{dt} + \frac{\partial L_{11}(q_m)}{\partial q_m} \omega_m \cdot i,$$

$$P_e = ui = Ri^2 + i L_{11}(\theta_m) \frac{di}{dt} + \omega_m \cdot i^2 (L_{max} - L_{min}) (-\sin 2 \theta_m).$$

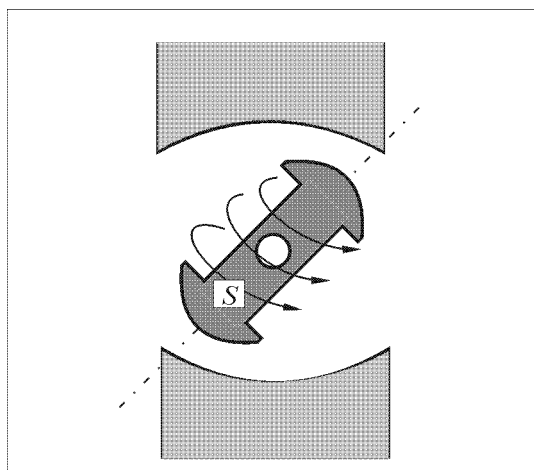
Gde je $P_g = Ri^2$ gubitak u elektriènom podsystemu, $P_c = \omega_m \cdot i^2 (L_{max} - L_{min}) (-\sin 2 \theta_m)$.

Kod jednostrano napajanih mašina u funkciji pomeraja q varira koeficijent samoinduktivnosti. Po njihovoj prirodi samo jedan deo (rotor ili stator) je napajajan.

Elektromagnetni moment je proporcionalan amplitudi fluksa na kvadrat:

$$M_{em} \sim \Psi_1^2$$

Dvostrano napajane mašine imaju provodnike i na statoru i na rotoru (može biti i bez namotaja na rotoru, ali tada je na rotoru permanentni magnet koji se opet modelira strujnim plaštom).



Slika 22.

$$u_1 = R_1 i_1 + \frac{d}{dt} \Psi_1,$$

$$u_2 = R_2 i_2 + \frac{d}{dt} \Psi_2,$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}.$$

Gde je $L_{11} = L_{22} = L_S = \text{const}$, a $L_{12} = M \cos \theta_m$

$$P_e = u_1 i_1 + u_2 i_2 =$$

$$= (R_1 i_1 + R_2 i_2) + \left(i_1 L_{11} \frac{d i_1}{dt} + i_1 L_{12} \frac{d i_2}{dt} + i_2 L_{22} \frac{d i_2}{dt} + i_2 L_{21} \frac{d i_1}{dt} \right) + \left(i_1 \frac{d L_{12}}{dt} i_2 + i_2 \frac{d L_{21}}{dt} i_1 \right)$$

Koeficijenti sopstvenih induktivnosti su konstantni, dok su međusobnih promenljivi.

Svaki od obuhvata ima koeficijente $\Psi_1 = i_1 L_{11} + i_2 L_{22}$.

Elektromagnetni momenat $M_{em} \sim i_1 i_2 \sim \Psi_1 \Psi_2$ je proporcionalan proizvodu dve struje, odnosno dva fluksa kod dvostruko napajanih mašina.

$$P_e = P_{\gamma e} + \frac{d}{dt} (W_m) + \omega_m i_1 i_2 M \sin \theta_m.$$

Ako posmatramo izvod fluksa (u jednom namotaju):

$$\frac{d \Psi_1}{dt} = e_1,$$

$$e_1 = L_{11} \frac{d i_1}{dt} + L_{12} \frac{d i_2}{dt} + \frac{d L_{12}}{dt} i_2,$$

možemo uoèiti dve komponente i to transformatorsku $L_{11} \frac{d i_1}{dt} + L_{12} \frac{d i_2}{dt}$ i dinamièku $\frac{d L_{12}}{dt} i_2$.

Onaj deo elektromotorne sile koji egzistira i u odsustvu kretanja je transformatorska elektromotorna sila, a u toku kretanja nastaje dinamièka.

$$M_{em} \omega_m = P_C.$$

Relacija koja karakteriše konverziju je

$$E I = M \omega.$$

Dinamièka elektromotorna sila u proizvodu sa strujom daje P_C , mera elektromehanièke konverzije sa strane elektriènog podsistema je $e_d i_1$.

e_d – je posledica varijabilnih koeficijenata u matrici L.

Snaga elektromehnièke konverzije se dobija kao zbir proizvoda $e_d i_1$ za svaki namotaj.

Sa strane mehanièkog podsistema, snaga elektromehnièke konverzije je proizvod mere mehanièke interakcije pokretnog i inertnog dela, koji zovemo elektromagnetni moment, i brzine, stoga moment možemo uvek odrediti kao koliènik $\frac{e_d i}{\omega} = M_{em}$

Podela na mašine jednosmerne struje i mašine naizmenične struje

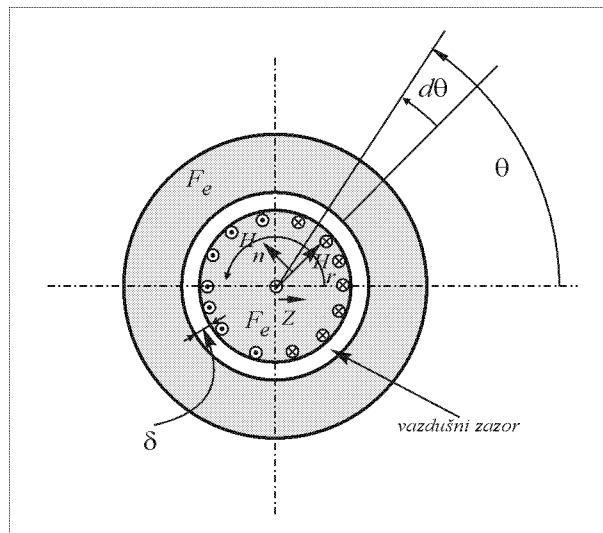
Posmatraemo idealizovanu cilindrienu mašinu.

Provodnici su locirani u samom feromagnetiku i njihova gustina je obièno sinusno raspodeljena po obimu rotora. Ako na nekoj lokaciji q uoèimo dq tada imamo izvesnu kolièinu provodnika:

$$dN_R = N_R' R dq .$$

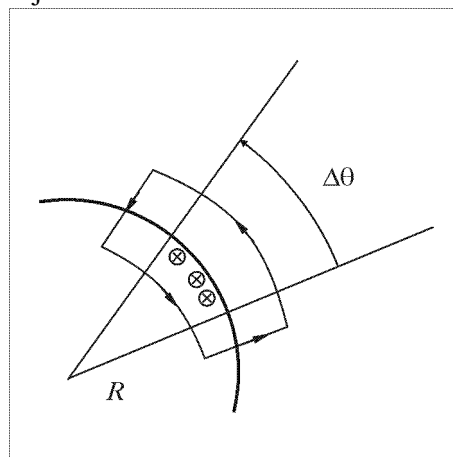
$N_R'(q) \sim$ podužna gustina provodnika po jedinici dužine rotorskog namotaja. $N_R'(q) = N_{R_{max}}' \cdot \cos q$ (pozitivan smer je onaj kada struje ulaze u tablu).

Ukupan broj provodnika $N_{uk} = \int_0^{2p} N_R'(q) R dq$, svaki pojedinaèni provodnik je par provodniku pomerenom za p .



Slika 24. Greška na slici: H_q je greškom obeleženo sa H_n

Samo u vazdušnom zazoru postoji magnetno polje. Ukoliko pretpostavimo da je permeabilnost i u statoru i u rotoru $m \rightarrow \infty$, a B mora biti konaèno ($1,5 - 1,7 T$), u samom feromagnetском materijalu nema polja \vec{H} pa sledi da magnetno polje postoji samo u zazoru. Polje u zazoru je posledica postojanja struje i u rotorskim i u statorskim namotajima.



Slika 25.

Recimo da je mašina zaustavljena: $w_m = 0$. Tada egzistiraju samo radijalna i tangencijalna komponenta $\vec{H} = (\vec{H}_R^r + \vec{H}_R^\theta)$.

Polazeći od toga da je izvornost polja \vec{H} nula tj: $\text{div}\vec{H} = 0$, sledi na nema \vec{z} komponente polja

$$I_R dN_R = I_R N_R' R d\varphi = J_R(\varphi) R d\varphi,$$

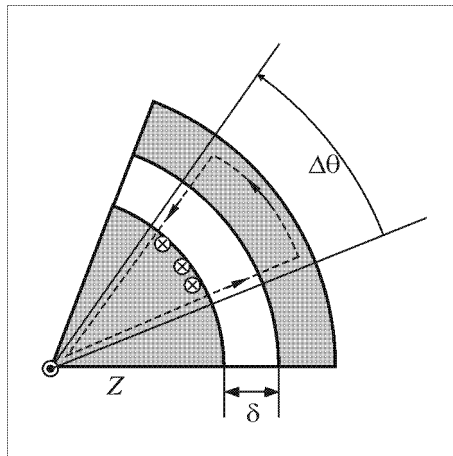
$$J_R(\varphi) = J_{R\max} \cos\varphi,$$

gde je $J_R(\varphi)$ – struja po jedinici dužine (linijska gustina struje), a $J_{R\max} = I_R N_{R\max}$.

$$\int \vec{H} d\vec{l} = R\Delta\theta H_R^\theta = -R\Delta\theta J_R(\theta) \Rightarrow H_R^\theta(\theta) = -J_R(\theta).$$

Minus u izrazu $-J_R(\varphi)$ ide zbog suprotnog smera u odnosu na smer struje.

Tangencijalna komponenta polja \vec{H} uz samu površinu statora u vazdušnom zazoru je nula pod uslovom da ima struje u statoru.



Slika 26.

Zbog $m \rightarrow \infty$ \vec{H} je u statoru i rotoru jednako nuli, iz čega sledi da \vec{H} postoji samo u vazdušnom zazoru d (obično oko 1 do 1,5 mm).

$$\delta H_R^r(0) - \delta H_R^r(\theta) = -\int J_R(\theta) R d\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta H_R^r(0) - \delta H_R^r(\theta) = -R J_{R\max} \sin\theta.$$

Minus ispred integrala je zbog smera struje u odnosu na konturu.

$$H_R^r(\theta) = H_R^r(0) + \frac{R}{\delta} J_{R\max} \sin\theta,$$

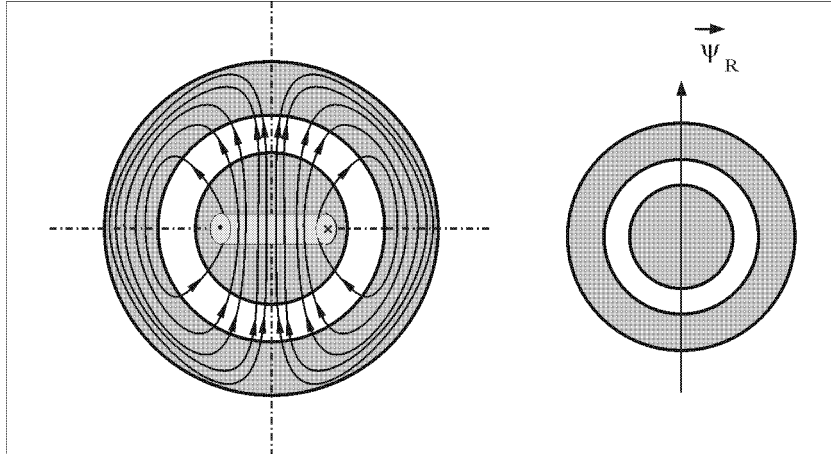
gde je R poluprečnik konture.

$H_R^r(\theta) \gg H_R^\theta$ – dominantna komponenta polja je radijalna. d treba da bude što je moguće manje kako bi akumulirana energija u polju bila manja (manja reaktivna snaga), time se smanjuju dimenzije mašina.

Najveća gustina polja je na $\frac{\rho}{2}$ i $\frac{3\rho}{2}$.

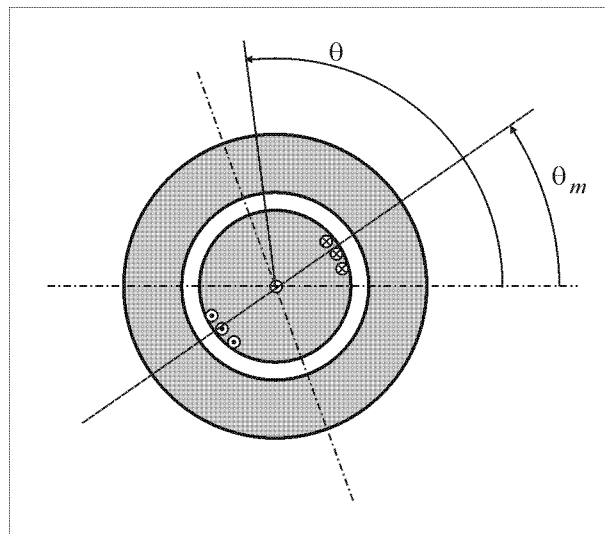
Rečiamo da je $\vec{\Phi}_R$ (fluks) orijentisan tako da mu se vrh (pravac) podudara sa zonama gde je magnetno polje najgušće i da mu je amplituda proporcionalna ukupnom fluksnom obuhvatu kroz ovu površinu.

Sve linije se zatvaraju kroz magnetno kolo. Ovo je slika polja \vec{H} koje potiče od H_R^r (pošto H_R^q zanemarujemo).



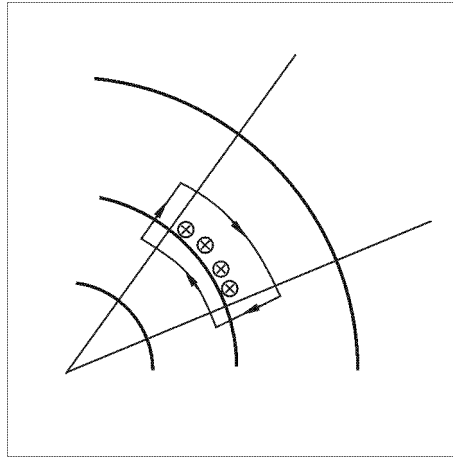
Slika 27.

Rotor se može pomerati u odnosu na stator.



Slika 28.

Na slici 28. α_m gledamo u odnosu na zonu gde su provodnici bili najgušći.



Slika 29.

Kontura se poklapa sa smerom struje.

Na nekom mestu φ polje u vazdušnom zazoru je:

$$H_R^r(\theta) = \frac{R}{\delta} J_{Rmax} \sin(\theta - \theta_m).$$

I na statoru postoje provodnici.

Magnetno polje u vazdušnom zazoru usled provodnika na statoru je $H_S^q(\varphi) = J_{Smax} \cos\varphi$

odnosno $H_S^r(\theta) = \frac{R}{\delta} J_{Smax} \sin(\theta).$

Pretpostavka u datim analizama je da su statorski provodnici raspodeljeni po obimu, ali tako da najveću gustinu imaju oko horizontalne ose.

Ugao između osa maksimalne gustine provodnika rotora i statora zovemo φ_m .

Ukoliko nema kretanja (rotor zaustavljen) $\omega_m = 0$, $\varphi_m = \text{const}$, nema izmene magnetnog polja u prostoru između statora i rotora. Zbog toga je $E = 0$.

$$\text{rot } E = \begin{vmatrix} \vec{r}_r & \vec{r}_\theta & \vec{r}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_r & E_\theta & E_z \end{vmatrix}.$$

$\text{rot } E$ – je izvor polja i u linearnoj sredini imamo :

$$\text{rot } \vec{E} = -m \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} = -m_0 \omega_m \frac{\partial}{\partial \varphi} \vec{H}.$$

Gde je $\omega_m = \dot{\varphi}_m = \text{const}$ stacionarna rotacija (bez promene brzine).

Iz prethodne matrice i uslova dobijaju se tri skalarnе diferencijalne jednačine:

$$(1) \quad \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_\theta = -\mu_0 \omega_m \frac{\partial}{\partial \theta_m} H_R^r(\theta),$$

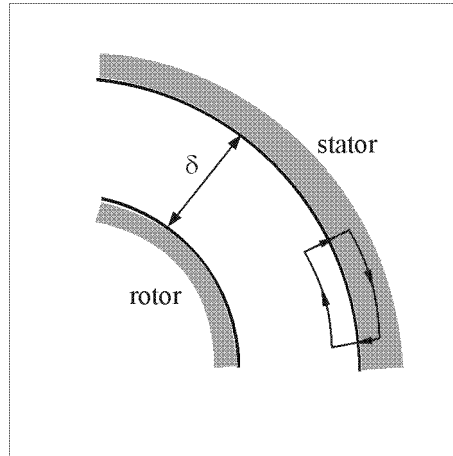
$$(2) \quad -\frac{\partial}{\partial r} E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_r = -\mu_0 \omega_m \frac{\partial}{\partial \theta_m} H_R^\theta(\theta),$$

$$(3) \quad \frac{\partial}{\partial r} E_\theta - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} E_r = -\mu_0 \omega_m H_R^z(\theta).$$

Zašto smo uzeli u obzir samo polje rotora $H^R(q)$, a ne i polje statora $H^S(q)$? Mi tražimo izvod ovog polja po uglu q , za referentni koordinatni sistem (o čemu uvek treba računati), izabrali smo cilindrični (koji je stacionaran i nepomičan), u tom koordinatnom sistemu nalazi se i stator, i u odnosu na ovaj koordinatni sistem, nema varijacije polja statora.!

Kako je polje stacionarno, ne menja se, imamo $\frac{\partial}{\partial q} H_n^s = 0$ i $\frac{\partial}{\partial q} H_q^s = 0$.

Komponenta polja $H_r^z(\theta)$ je u pravcu z -ose i ne postoji. Kao tačku u kojoj ćemo izračunavati protok snage (Poyntingov vektor), usvojimo tačku koja je tik uz površinu statora. U ovoj tački $H_q^R(q)$ jednak je nuli (rotorska komponenta polja).



Slika 30.

Pod uslovom da je $r \rightarrow 0$ (provodnost) imamo da je $E_q = 0$.

Jednačine se svode na samo jednu diferencijalnu jednačinu (strana 28.)

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} E_z = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial \theta} H_r^R(\theta) \omega_m.$$

Postoji samo z komponenta polja. Ako sada uvedemo $H_r^R(\theta) = \frac{R}{\delta} J_{R0} \sin(\theta - \theta_m)$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} E_z = -\mu_0 \frac{R}{\delta} \omega_m J_{R0} \omega_m \cos(\theta - \theta_m).$$

Rešavanjem (integracijom) dobijamo :

$$E_z(q) = E_{z0} - \omega_m \frac{R^2}{d} \mu_0 J_{R0} \sin(q - q_m).$$

Gde je J_{R0} maksimalna vrednost površinske gustine struje rotora.

$$\operatorname{div} \vec{\mathbf{E}} = 0.$$

Nema naelektrisanja. Polje E tik uz površinu statora na položaju φ :

$$E_z(\varphi) = E_{z0} - \omega_m \frac{R^2}{d} \mu_0 J_{R0} \sin(\varphi - \varphi_m).$$

Kako se obavlja protok snage?

$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}} = \begin{vmatrix} \vec{r}_r & \vec{r}_\theta & \vec{r}_z \\ E_r & E_\theta & E_z \\ H_r & H_\theta & H_z \end{vmatrix}.$$

Iz gornje matrice sledi:

$$P_r = E_\theta H_z - E_z H_\theta,$$

$$P_\theta = E_z H_r - E_r H_z,$$

$$P_z = E_r H_\theta - E_\theta H_r.$$

Protok snage: radijalna komponenta pokazuje razmenu energije između statora i rotora; tangencijalna komponenta opisuje rotaciju energije magnetnog polja u vazдушnom zazoru; a z komponenta (ako postoji) pokazuje kretanje energije duž osovine motora (toga ne bi trebalo da bude).

Rekli smo da nemamo ni radijalnu komponentu, ni tangencijalnu polja H^S uz statorski namotaj, nemamo ni tangencijalnu komponentu $E_\varphi = 0$, $H_z = 0$, postoji samo radijalna i tangencijalna komponenta polja H_n :

$$P_r = -E_z H_\theta,$$

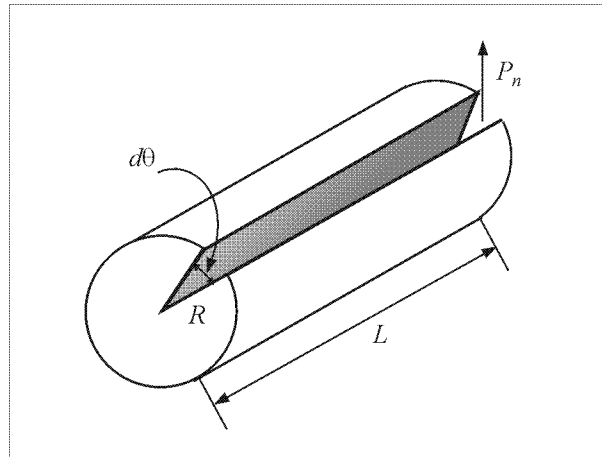
$$P_\theta = E_z H_r,$$

$$P_z = 0.$$

Tačka u kojoj vršimo račun je tik uz površinu statora, nema komponente H_φ^R .

$$P_r = -E_z (H_\theta^S + H_\theta^R) = -\omega_m \frac{R^2}{\delta} \mu_0 J_{R0} J_{S0} \sin(\theta - \theta_m) \cos(\theta).$$

Hoæemo da izraèunamo snagu elektromehanièke konverzije. to je snaga razmene energije između statora i rotora. Pošto su mašine cilindriène treba izraèunati fluks kroz cilindriènu površinu dužine l .



Slika 31.

Snaga koju rotor predaje statoru :

$$P_{R \rightarrow S} = \int_E P_r dS = L \frac{R^3}{\delta} \mu_0 \omega_m J_{R_0} J_{S_0} \int_0^{2\pi} \sin(\theta - \theta_m) \cos(\theta) d\theta,$$

$$P_{S \rightarrow R} = \pi L \frac{R^3}{\delta} \mu_0 \omega_m J_{R_0} J_{S_0} \sin \theta_m.$$

Ovo je isto kao i $P_{R \rightarrow S}$, samo se pri integraciji pojavljuje elektromagnetni moment kojim stator deluje na rotor:

$$M_{S \rightarrow R} = \frac{P_{S \rightarrow R}}{\omega_m} = \pi L \frac{R^3}{\delta} \mu_0 J_{R_0} J_{S_0} \sin \theta_m,$$

$$P \sim \omega_m l^4,$$

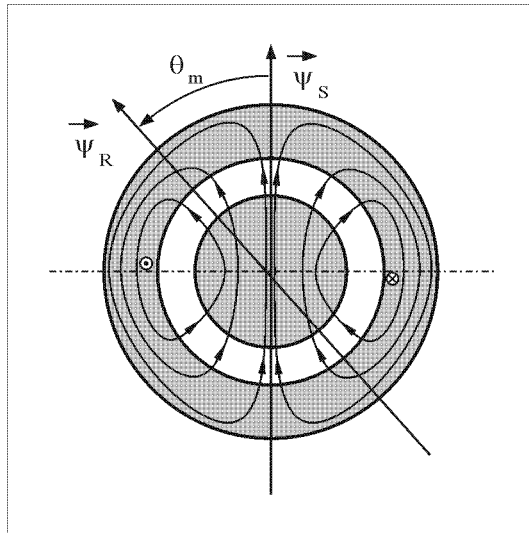
$$M \sim l^4.$$

Ovo je moment koji mašina može da razvije i srazmeran je četvrtom stepenu linearne dimenzije (veća mašina = veća snaga).

I stator i rotor moraju biti magnetno aktivni – moment se javlja isključivo kao interakcija polja statora i rotora.

$$\vec{M} = K \vec{\Theta}_S \times \vec{\Theta}_R \sim \left| \vec{\Theta}_S \right| \times \left| \vec{\Theta}_R \right| \sin \alpha_m.$$

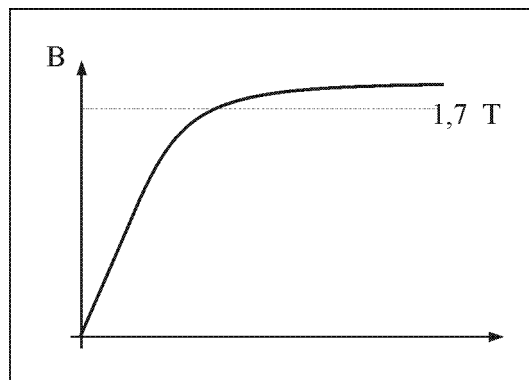
I na statoru i na rotoru mora postojati neka pobuda, tj. neki fluks.



Slika 32.

Šta æe se dogoditi sa mašinom koja ima beskonaèno mali vazdušni zazor?
($d \rightarrow 0$, $P_{S \rightarrow R} = \infty$).

Ukoliko bi se smanjilo d , $H_r^R = \frac{R}{\delta}$ bi se poveæavalo, a pošto ono postoji i u vazdušnom zazoru i u statoru, u statoru bi se poveæavala polja B i H.



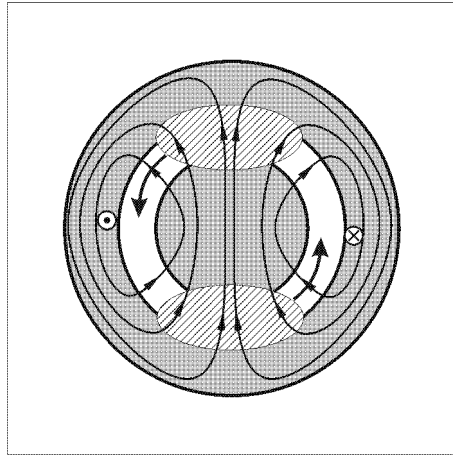
Slika 33.

Snaga konverzije zato ne može biti beskonaèno poveæavana smanjivanjem vazdušnog zazora, jer motor ulazi u zasiæenje, za dalje promene H, u dubokom zasiæenju $\frac{\Delta B}{\Delta H} = \eta_\delta$, tu materijal se nadalje ponaša kao vazduh.

Da bi postojala kontinuirana konverzija, potrebno je da srednja vrednost snage i momenta bude razlièita od 0. U sluèaju stacionarne rotacije $q_m = \omega_m t$, srednja vrednost snage konverzije i momenta je nula. Znaèi, neophodno je da fluksevi statora i rotora ne menjaju svoj relativni poloæaj. (ovo se odnosi na strujne plaštove).

$$P_\theta = E_z (H_r^R + H_r^S) = -\omega_m \frac{R^3}{\delta^2} \mu_0 J_{R_0} \sin(\theta - \theta_m) [J_{R_0} \sin(\theta - \theta_m) + J_{S_0} \sin(\theta)].$$

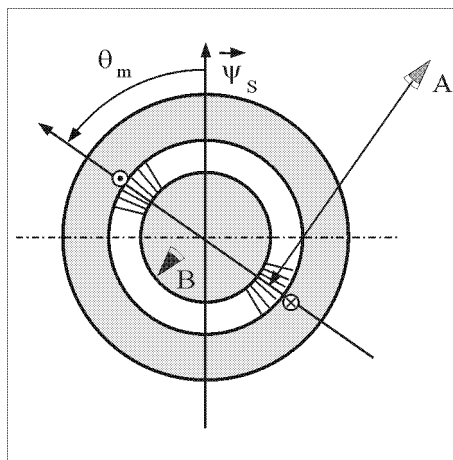
Približno tangencijalna komponenta koja opisuje dislokaciju energije polja duæ obima vazdušnog zazora.



Slika 34.

Linije polja su jako guste u osi normalnoj na namotaje, B je konačno, m jako veliko ($m \rightarrow \infty$), pa je zato H malo (minorno unutar samog magnetnog materijala) i zato je energija sprežnog polja locirana u zazoru, i to tamo gde su linije polja najgušće.

Raspodela polja po obimu je sinusoidalna - kretanje zona u kojima imamo maksimum polja po obimu mašine praktično predstavlja dislokaciju energije – tangencijalna komponenta P_q opisuje prenos energije sprežnog polja (koje se obraće). Sad digresija $J_{S_0} = 0$, $J_{R_0} > 0$ postoji samo magnetno polje koje je posledica prostiranja struje kroz rotor, to polje (magnetno) predstavljeno je vektorom \vec{O}_R koji se obraće brzinom w_m .



Slika 35.

Posmatrač A stoji vezan za stator, gleda u vazdušni zazor gde je najgušće polje rotora i vidi sledeću energiju u jedinici zapremine:

$$W_m + W_e = \frac{1}{2} \mu_0 H_R^2 + \frac{1}{2} \epsilon_0 E_z^2.$$

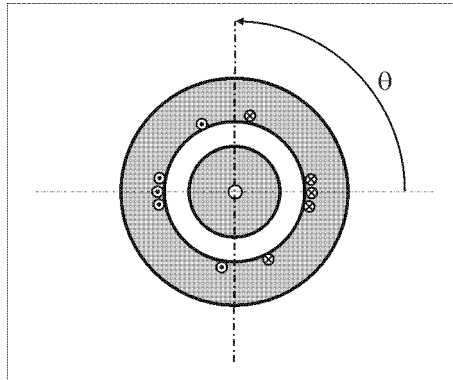
Posmatrač B je vezan za rotor i vidi:

$$W_m + W_e = \frac{1}{2} \mu_0 H_R^2.$$

Posmatrač B ne vidi promenu polja H pa je $\text{rot } E = 0$. Što znači ko se okreće ima manju energiju.

Sinusoidalno raspodeljen namotaj kao filter

Kod jedne cilindrične mašine načinjene sa sin raspodeljenim namotajima postoji polje $H(\varphi)$ koje ima sinusoidalnu varijaciju po obimu $H_s' \sim \cos\varphi$.



Slika 36.

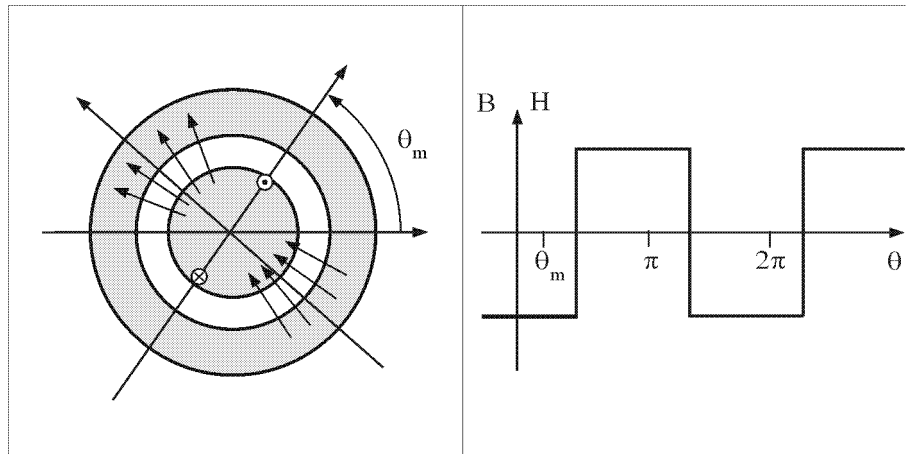
Kako postojeće polje u vazдушnom zazoru (B, H) indukuje elektromotorna sila u namotaju – ovo ćemo proučiti.

Pretpostavimo da u vazдушnom zazoru postoji nekakvo polje koje je prouzrokovano od strane rotora, a onda izračunajmo elektromotornu silu koja se indukuje u provodnicima i statoru.

Usvojimo da je ovo polje radijalno usmereno od rotora ka statoru (radijalna komponenta mnogo veća od tangencijalne – znači da je dominantna radijalna komponenta) i pretpostavimo da to polje ima određeni broj harmonika.

$$B(\theta) = \sum_i B_{i \max} \sin(i\theta - i\theta_m).$$

Primer:



Slika 37. Postoje greške na prethdnim slikama:

- na levoj slici su pogrešno označeni smerovi struja para rotorskih provodnik
- na desnoj slici je pogrešno na θ -osi označen položaj ugla θ_m , koje treba da bude na mestu gde polje menja znak

Pretpostavka da na rotoru postoje samo dva provodnika koji sa referentnom osom zaklapaju ugao φ_m . Kakvu god konturu integracije odabrali imamo:

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = I_R,$$

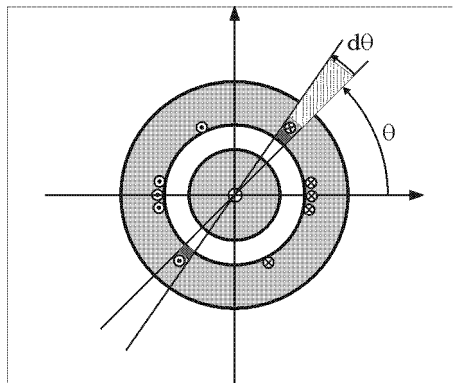
$$H = \frac{I_R}{2d}.$$

Polje H postoji samo u vazdušnom zazoru (u magnetnom materijalu nema značajnijih vredosti polja H). $H = \frac{I_R}{2d}$ za svaki namotaj.

Raspodela magnetnog polja u zazoru dobija se razvojem u Furijeov red:

$$B_{2i+1 \max} = \mu_0 \frac{I_R}{2d} \frac{4}{\pi(2i+1)}.$$

Treba da izračunamo fluksni obuhvat statorskog namotaja:



Slika 38.

Ukupan broj provodnika u odsečku $d\theta$ je:

$$RN'_{S \max} \cos\theta d\theta.$$

Gde je $N'_{S \max}$ maksimalna podužna gustina provodnika.

Fluksni obuhvat konture koju čine provodnici u odseku $d\theta$ je:

$$\Psi(\theta) = \int_{\theta}^{\theta+\pi} B(\theta) L \cdot R d\theta = L \cdot R \cdot \sum_i B_{i \max} \int_{\theta}^{\theta+\pi} \sin(i\theta - i\theta_m) d\theta,$$

pri čemu je L dužina mašine.

$$\Psi_1(\theta) = 2 \cdot L \cdot R \cdot \sum_i \frac{B_{i \max}}{i} \cos(i\theta - i\theta_m).$$

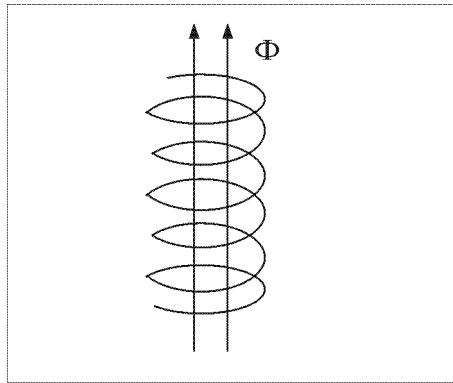
Svaka kontura doprinosi po $\Psi(\theta)$ – treba sabrati sve konture.

$$d\Psi = \Psi_1(\theta) \cdot RN'_{S \max} \cos\theta d\theta.$$

$\Psi_1(\theta)$ je ukupni fluksni obuhvat koji prolazi kroz površinu definisanu osenčenim delom na slici, tu ima $RN'_{S \max} \cos\theta$ provodnika (nema samo jedan provodnik).

$$\Psi = N \cdot \Phi.$$

Gde je Φ fluksni obuhvat jednog provodnika a Ψ fluksni obuhvat kalemata sa N provodnika.



Slika 39.

Ukupan fluksni obuhvat statorskog namotaja:

$$\Psi = \int_0^{\pi} \Psi_1(\theta) \cdot R N'_{S \max} \cos \theta d\theta .$$

Granica je od 0 do π (a ne od 0 do 2π) zato što jedna kontura obuhvata grupu provodnika u gornjem, a druga kontura grupu provodnika u donjem poluobimu.

$$\Psi = \int_0^{\pi} 2 \cdot L \cdot R \cdot \sum_i B_{i \max} \cos(i\theta - i\theta_m) R N'_{S \max} \cos \theta d\theta,$$

$$\int_0^{\pi} \cos(i\theta - i\theta_m) \cos \theta d\theta = \int_0^{\pi} \left[\frac{1}{2} \cos(i\theta - i\theta_m - \theta) + \frac{1}{2} \cos(i\theta - i\theta_m + \theta) \right] d\theta = 0 .$$

Ortogonalne funkcije kada se množe u integralu su jednake 0. $i \in [1, 3, 5, \dots, 2n + 1]$ što znači da **i uzima neparne vrednosti.**

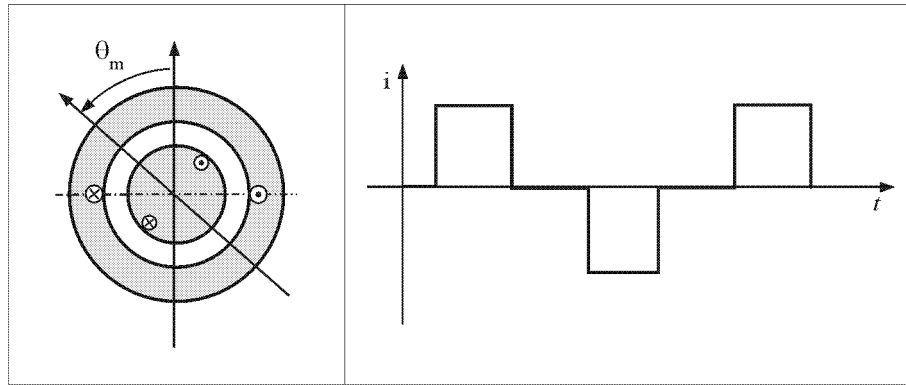
Specijalno raspodeljen namotaj vrši filtriranje – viši harmonici se ne pojavljuju u konačnom izrazu za fluksni obuhvat:

$$\Psi_S = 2 \cdot L \cdot R^2 \cdot B_{1 \max} N'_{S \max} \int_0^{\pi} \cos(\theta - \theta_m) \cos \theta d\theta = \pi \cdot L \cdot R^2 \cdot B_1 \cdot N'_{S \max} \cos \theta_m .$$

Elektromotorna sila koja se indukuje u namotaju je :

$$e = -\frac{d\Psi_S}{dt} = -\omega_m \cdot \pi \cdot L \cdot R^2 \cdot B_1 \cdot N'_{S \max} \sin \theta_m .$$

Sinusna raspodela provodnika rezultuje sinusnim poljem u zazoru; za bilo kakvu raspodelu polja u zazoru sinusoidalna raspodela provodnika rezultuje samo prvim harmonikom elektromotorne sile. Svi ostali viši harmonici u talasnom obliku indukcije bivaju eliminisani.



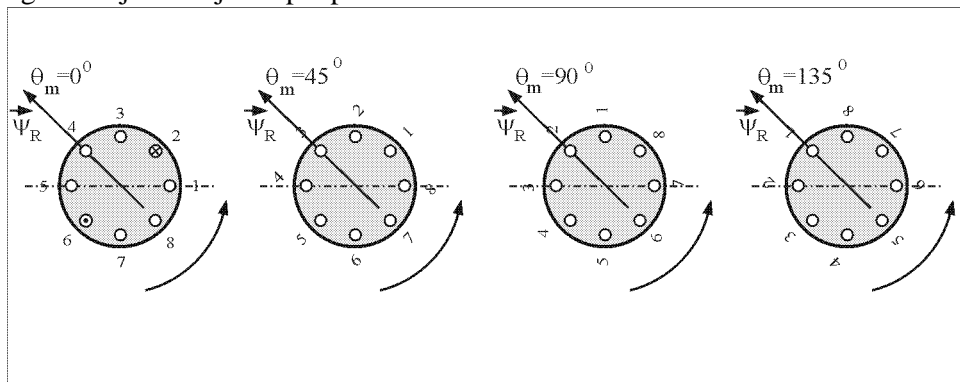
Slika 40.

Biva propuštena samo ona komponenta u talasnom obliku $B(q)$ koja ima prostornu periodu i jednaku obimu vazdušnog zazora.

$$\vec{M} = \vec{\Theta}_R \times \vec{\Theta}_S \sim \sin q_m.$$

Kontinualna konverzija zahteva da ugao između strujnih plaštova statora i rotora bude konstantan. Kako je to moguće kad je stator nepomičan? Usmeravanjem rotorske struje u neki od provodnika postizemo da ima kretanja rotora, a da je strujni plašt rotora nepomičan u odnosu na statorski.

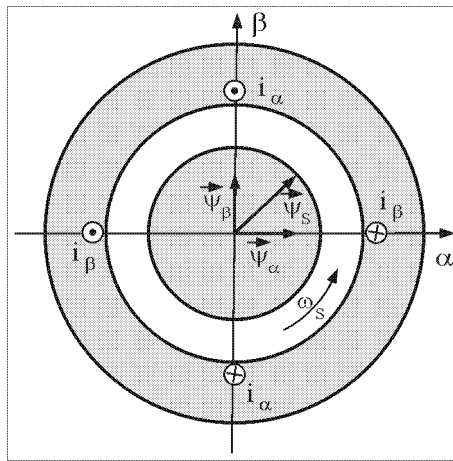
Izgled struje kroz jedan par provodnika možemo videti na slici 41.



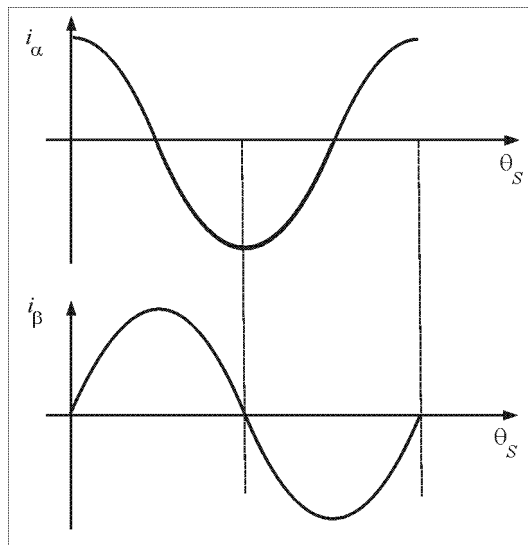
Slika 41.

Fluks rotora može ostati nepromenjen u odnosu na stator, ako kroz rotor protiču naizmjenične struje.

Mašine kod kojih je struja statora jednosmerna, a kroz rotor protiče naizmjenična struja su mašine jednosmerne struje. Pored ovoga relativno nepomične flukseve statora i rotora možemo dobiti ukoliko fluks statora neprekidno prati rotaciju fluksa rotora. Drugi način da se postigne konstantan ugao između flukseva rotora je da kroz rotor teku jednosmerne struje, i da tada rotorski fluks ostane nepomičan u odnosu na rotor (i samim tim se sa njim okreće), a da u statoru postoje naizmjenične struje takve da statorski fluks prati rotaciju rotorskog (mašine naizmjenične struje).



Slika 42.



Slika 43.

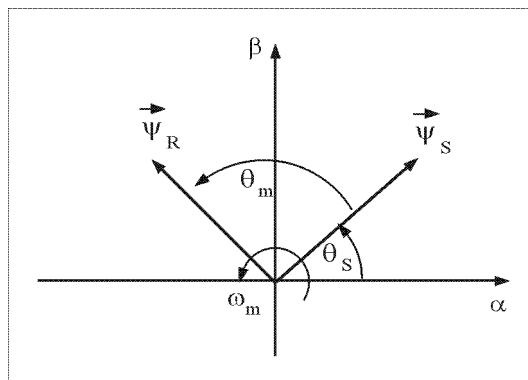
Pretpostavka da na statoru imamo dva para provodnika (dve konture).

$$\Psi_{\alpha}^S = k i_{\alpha},$$

$$\Psi_{\beta}^S = k i_{\beta}.$$

Rezultantni fluks statora je:

$$\vec{\Phi}_S = \vec{a}_0 k i_a + \vec{a}_0 k i_b.$$



Slika 44.

$$\alpha_s = \omega_s t - \alpha_m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle(\vec{\Phi}_s, \vec{\Phi}_r) = \alpha_m = \text{const},$$

$$i_a = I_m \cos \alpha_s,$$

$$i_b = I_m \sin \alpha_s,$$

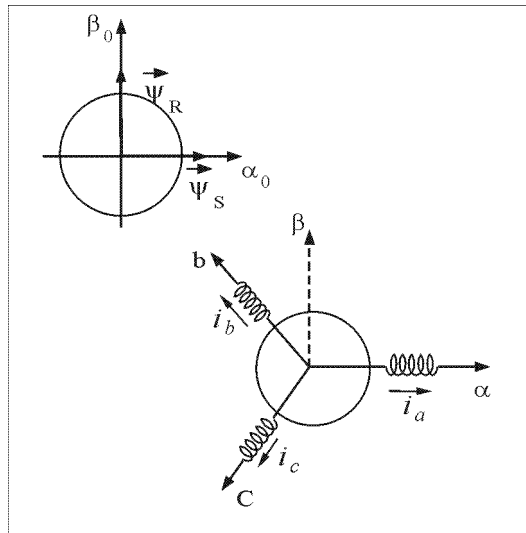
$$|\vec{\Phi}_s| = k I_m,$$

$$\arg(\vec{\Phi}_s) = \arctan \frac{\Psi_b}{\Psi_a} = \alpha_s,$$

$$\alpha_s = \omega_s t.$$

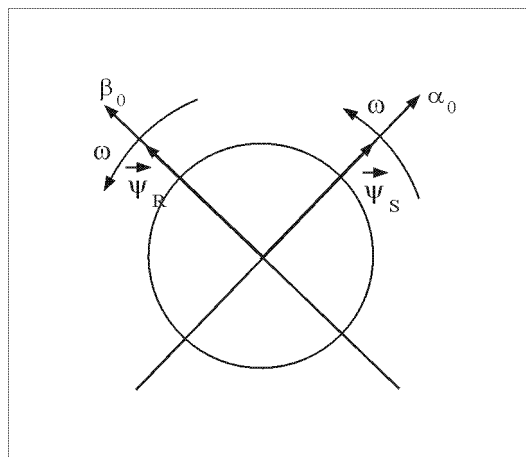
Statorski i rotorski fluks moraju da se obræu sinhrono.

Jednosmerne mašine: nepomièni fluksevi statora i rotora (u odnosu na stator), kroz stator se ima jednosmerena struja, a kroz rotor naizmenièna.



Slika 45.

Mašine naizmenièene struje: i statorski i rotorski fluks se okreæu zajedno sa rotorom, flukseve èini nepomiènim to što se u statoru ima naizmenièena struja, a u rotoru jednosmerna.



Slika 46.

$$\begin{aligned}\vec{\Phi}_a &= \vec{a}_0 k i_a + \vec{a}_0 k \cdot 0, \\ \vec{\Phi}_b &= -\frac{1}{2} \vec{a}_0 k i_b + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{a}_0 k i_b, \\ \vec{\Phi}_c &= -\frac{1}{2} \vec{a}_0 k i_c - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{a}_0 k i_c.\end{aligned}$$

Ukoliko su statorski namotaji (konture) prostorno pomereni za 90° , a struje koje postoje kroz namotaje fazno pomerene za $p/2$, tada je rezultatni statorski fluks konstantne amplitude. Ovo je vrlo retko u praksi; mnogo češće (skoro uvek) mašine naizmenične struje na statoru imaju 3 namotaja prostorno pomerena za $2p/3$.

Ako napravimo da fazni pomeraj struja i_a, i_b, i_c odgovara prostorno rasporedu namotaja kroz koje protiču

$$\begin{aligned}i_a &= I_m \cos \omega t, \\ i_b &= I_m \cos \left(\omega t - \frac{2p}{3} \right), \\ i_c &= I_m \cos \left(\omega t - \frac{4p}{3} \right), \\ \vec{\Phi}_s &= \vec{\Phi}_a + \vec{\Phi}_b + \vec{\Phi}_c,\end{aligned}$$

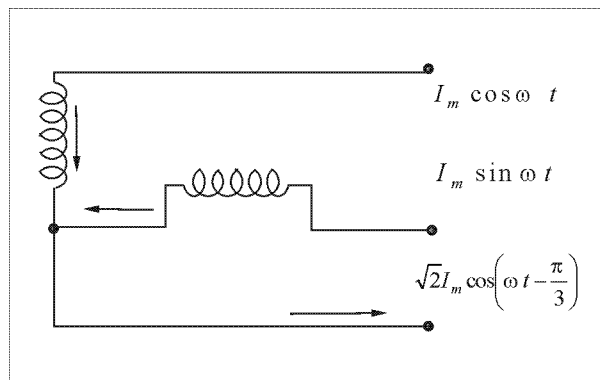
$$\vec{\Phi}_s = \frac{3}{2} I_m k (\vec{\alpha}_0 \cos \omega_s t + \vec{\beta}_0 \sin \omega_s t).$$

Dvofaznim ili trofaznim mašinama možemo postići obrtno polje konstantne amplitude.

Greška u fazi jedne od struja bi izazvala polje koje je na primer elipsoidno (nije kružno, nema konstantnu amplitudu).

Esencijalno je da struje budu naizmenične, jednakih amplituda i faznog pomeraja koji prostorno odgovara namotajima.

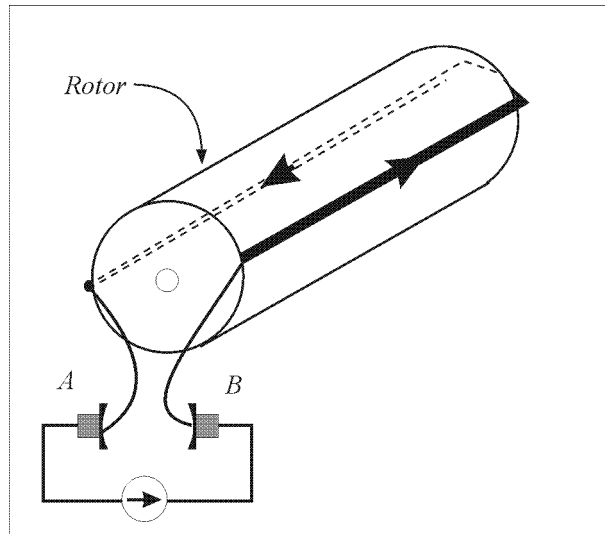
Zbir struja kroz trofazni sistem je 0, tako da trofazne namotaje možemo sa jedne strane da spojimo, a na druga tri kraja dovedemo napajanje. Kod dvofaznog napajanja, struja bi u tom slučaju bila $\sqrt{2}$ puta veća iz čega sledi da nastaje nesimetričnost.



Slika 47.

Mašine jednosmerne struje

Krajevi svake konture završavaju na naročitim krajevima koji se zovu kolektorske kriške (bakarne), koje se obræu zajedno sa rotorom. Postoje i èetkice obièno ugljene.

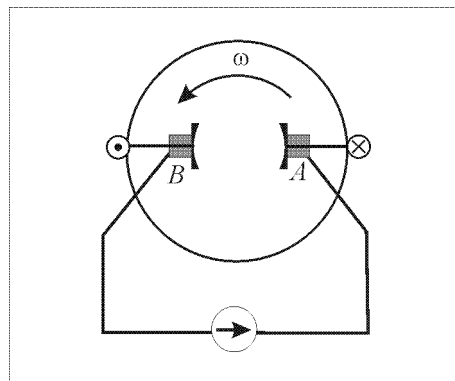


Slika 48.

Postojanje kolektorskih kriški i èetkica omogućuje da smer proticanja struje (koja je dovedena spolja) ne biva promenjen onda kad se rotor okrene za θ .

Èetkica A je pozitivna a èetkica B je negativna.

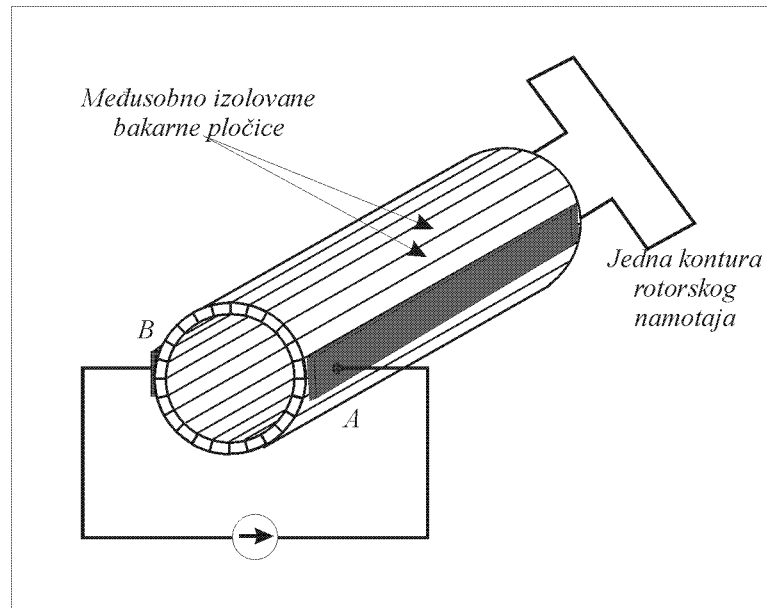
U položaju koji gledamo smer proticanja struje je:



Slika 49.

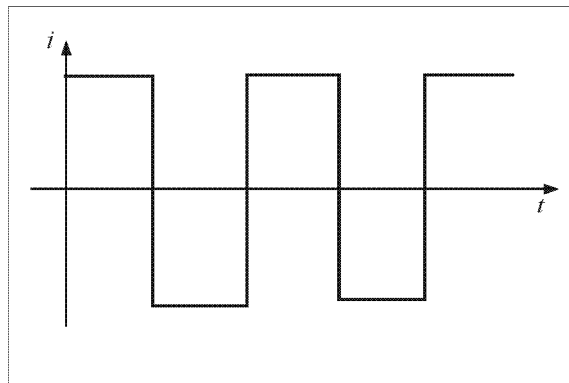
Ako se rotor okrene za θ kolektorske kriške æe zameniti mesto, ali smer struje se neæe promeniti u odnosu na stator. Smer struje kroz same rotorske provodnike æe se promeniti, međutim prostorna orijentacija rotorskog fluksa u odnosu na stator se neæe promeniti.

Izgled kolektora:



Slika 50.

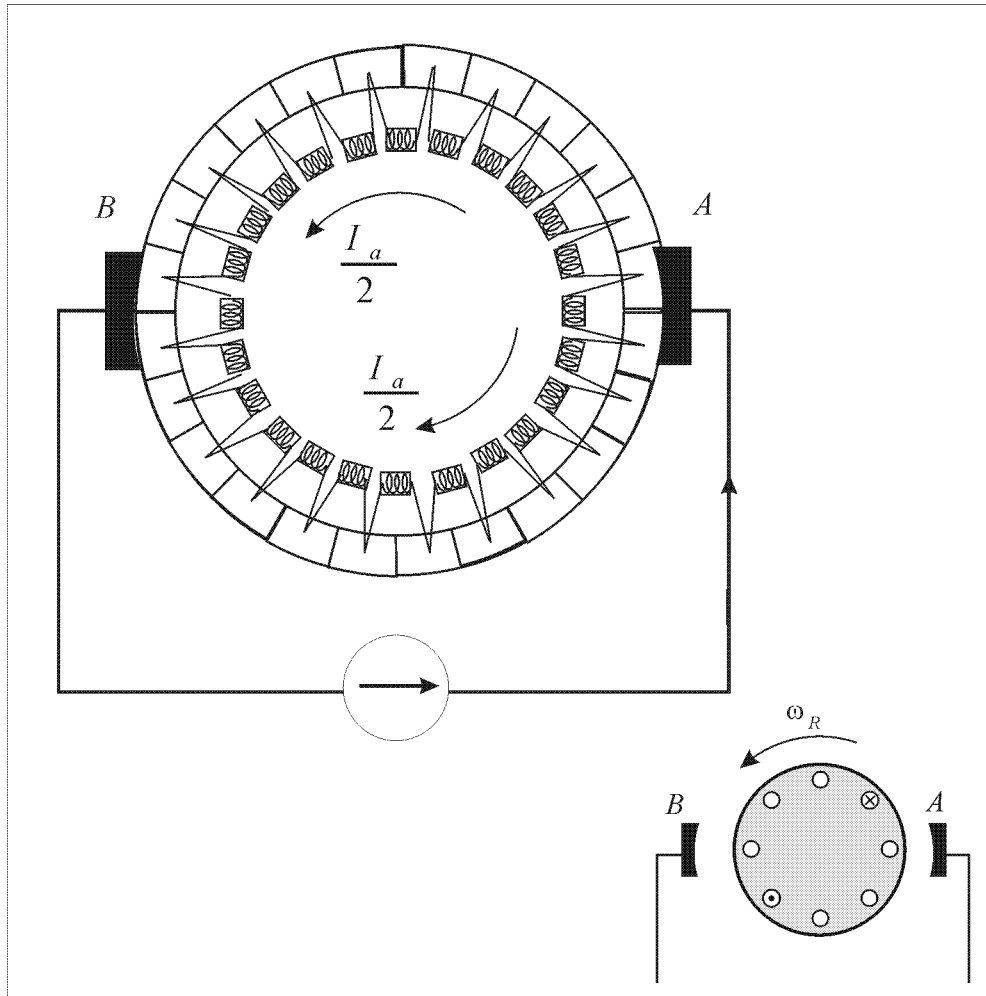
Spoljašnji izvor koji je uvek izvor jednosmerne struje preko kolektorskih kriški i četkica usmerava istosmernu struju rotorske provodnike tako da one u rotorskim provodnicima bude naizmenièena.



Slika 51.

Rotorski = armatuni namotaj (pogrešno) zato se struja oznaèava sa I_a .

Struja I_a deli se na 2 jednake grane. Zaključujemo da je struja kroz bilo koji rotorski provodnik $= \frac{I_a}{2}$.

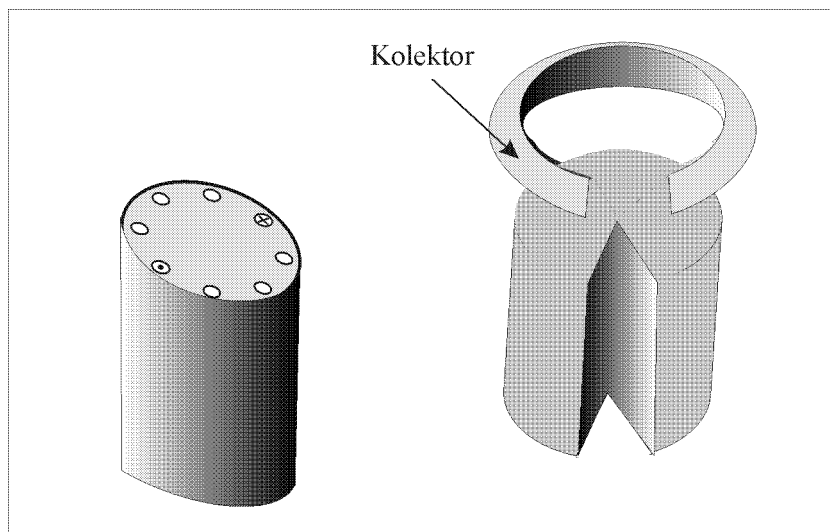


Slika 52.

Kolektor obezbeđuje da raspodela struja u rotoru bude takva da jedna polovina struje iznad kolektorskih četkica bude jednog smera, a ispod kolektorskih osa drugog smera.

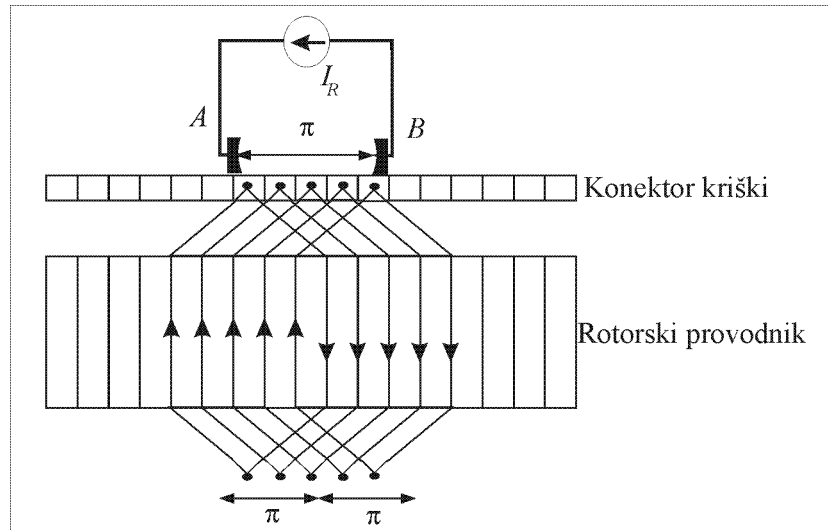
Kako se spajaju konture sa kriškom?

Pretpostavimo da jedan rotor možemo da presečemo:



Slika 53.

Sad æemo ga “razmotati” (obim rotora od $0 - 2p$).



Slika 54. Postoje greške na slici:

Nepravilno je nacrtan na-in povezivanja rotorskih namotaja. Za detaljnije obja{njenje u vezi na~ina na koji se mo`e namotavati rotor, konsultovati literaturu koja detaljnije bavi mašinama jednosmerne struje.

Na rotoru se nalazi kolektor (takođe æemo ga preseæi) i on ima nekakve kriške.

Krišku povezujemo sa provodnikom koji je približno udaljen $p/2$.

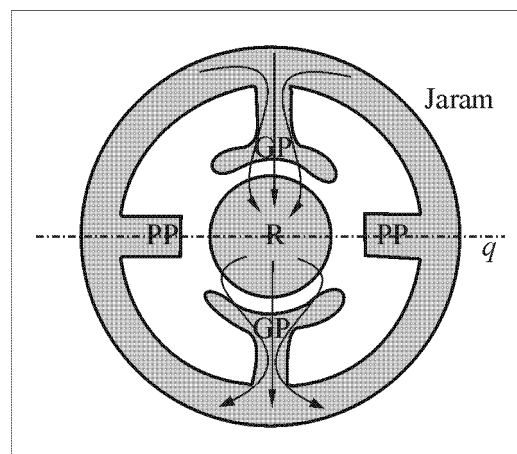
Struja I_a ulazi u ðetkicu A i zatim se ta struja deli na 2 ravnopravna dela (zato što su iste omske otpornosti i iznad i ispod ose koja spaja ðetkice AB, (vidi Sliku 51).

Svi provodnici koji se nalaze od $0 - p$ imaju struju na jednu stranu, a svi ostali provodnici $(p - 2p)$ imaju struju na drugu stranu.

Od èega se sastoje maš ine jednosmerne struje

Sve mašine jednosmerne struje imaju *magnetno kolo* i *strujno kolo*. Oba ova kola su sastavljena od *rotorskog* i *statorskog* dela.

Magnetno kolo se sastoji od 2 glavna pola. u q osi koja je normalna na glavne imamo pomoæne polove. Linije magnetnog polja zatvaraju se kroz jaram.



Slika 55

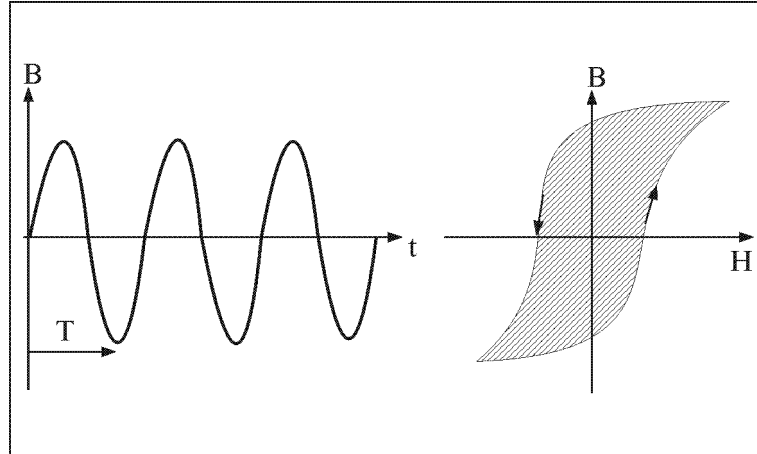
Rotor je takođe od magnetnog materijala i on saèinjava deo magnetnog kola kroz koji prolazi fluks glavnih polova.

Kod mašina jednosmerne struje fluks statora je stacionaran (nema rotacije fluksa) zbog èega nema ni pulsacije (varijacije) polja \vec{B} u pojedinim delovima magnetnog kola statora.

Varijacije polja u feromagnetnom materijalu (kao što je Fe) prouzrokuju gubitke (zovemo ih gubici u gvoždju) u sprežnom polju.

Rekapitulacija:

1. Ukoliko \vec{B} varira sa t (sinusoidalno sa periodom T), tada na B - H dijagramu imamo histerezisnu krivu koja opisuje radnu taèku. Posledica su histerezisni gubici snage.



Slika 56.

U svakom ciklusu na histerezisnoj krivoj, izgubi se energija proporcionalna površini histerezisne krive.

Kao što se kod elektromehanièkog konvertora sa nelinearnim feromagnetikom u mehanièku energiju pretvori onaj deo proporcionalna površini krive, tako se ovde u feromagnetnu toplotu pretvori onaj deo energije proporcionalan površini krive. Gustina snage (vati po metru kubnom) feromagnetika srazmerna je površini opisanoj u B - H dijagramu.

$$\frac{\Delta P}{\Delta V} \left[\frac{W}{m^3} \right] = \sigma_H \cdot S_{BH} \cdot \frac{1}{T}$$

$\frac{\Delta P}{\Delta V}$ – je specifièna snaga gubitaka, S_H – razmera, S_{BH} – površini opisanoj u B - H dijagramu i $\frac{1}{T}$ – uèestanost opisivanja dijagrama.

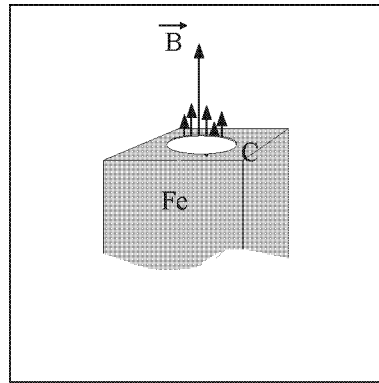
Specifièni gubici snage usled histerezisa krive magnetizacije:

$$p_H = S_H \cdot f \cdot B_m^2$$

Površina krive je proporcionalna kvadratu B_m (maksimalna vrednost indukcije).

Bitno uoèiti da u feromagnetiku imamo histerezisne gubitke koji su proporcionalni sa f na prvi stepen, i B_m na drugi stepen.

2. Gubici usled vihornih struja (u feromagnetiku)



Slika 57.

Ukoliko u feromagnetiku imamo polje \vec{B} , koje se menja harmonijski možemo uoèiti konturu C . U C æe se indukovati elektromotorna sila i ona je proporcionalna izvodu fluksnog obuhvata

$$e_e \sim \frac{d}{dt}(\Psi_C) \sim \frac{d}{dt}(S_C \cdot B_m \sin \omega t).$$

Ψ_C – ukupan fluksni obuhvat kroz C , S_C – površina konture.

$$e_e \sim \omega \cdot B_m \sim 2 \cdot \rho \cdot f \cdot B_m.$$

(indukcija se menja po prostoperiodiènom zakonu)

Ako imamo konturu (predstavljenu kao tubu) popreènog preseka S_1 dužine $2\pi r$ (r - polupreènik konture), i ukoliko nam je poznata specifièna provodnost materijala (Fe) u njoj æe se uspostaviti neka struja.

Struja koja protieè kroz konturu proporcionalna je sa

$$i_C \approx \frac{e_C}{R_C} \approx \frac{\omega \cdot B_m}{R_C},$$

$$P_C \sim R_C i_C^2 \sim \frac{1}{R_C} \omega^2 \cdot B_m^2,$$

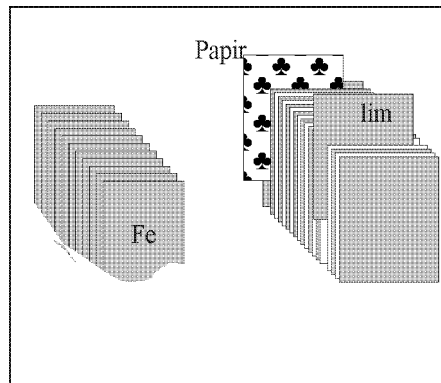
gde su P_C – gubici snage u konturi.

Specifièni gubici snage usled vihornih struja :

$$p_V \left[\frac{W}{m^3} \text{ ili } \frac{W}{kg} \right] = \sigma_V \cdot f^2 \cdot B_m^2.$$

Mi u našim mašinama želimo da imamo pulsacioni karakter magnetnog polja. Kod mašina naizmeniène struje, polje rotira u odnosu na stator pa onda u magnetiku statora postoji prostoperiodièna promena polja \vec{B} . U mašini jednosmerne struje polje je stacionarno u odnosu na stator, ali se rotor obræe pa polje \vec{B} ima pulsacioni karakter u rotoru iz èega sledi da postoje gubici usled vihornih struja (najbolje bi bilo kad bi $R_C \rightarrow \infty$).

Rotor je napravljen od magnetnog materijala, magnetna indukcija rotora unutar rotora uzrokuje stvaranje vihornih struja. Problem rešavamo paketom međusobno izolovanih limova. Ako su limovi međusobno izolovani (postoji papir između svaka dva lima) biæe prekinut put struji, neæe se uspostaviti struja (vihorna) i zbog toga æe izostati gubici u gvožđu.

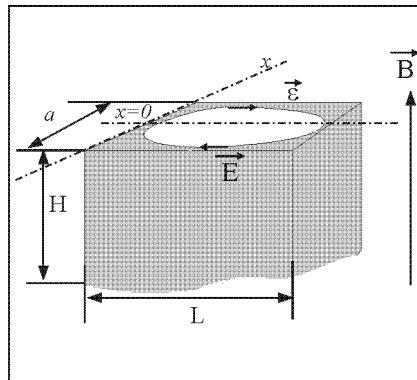


Slika 58.

Koliko treba da bude debeo lim?

Koliko god da je tanak uvek imamo neke male konture vihornih struja.

Posmatrajmo jedan komad lima u polju $|\vec{B}| \sim B_m \sin \omega t$.



Slika 59

Posmatramo konturu koja ima širinu $2x_0$ ($x_0 \ll L$). Ukupni fluksni obuhvat ove konture je:

$$\Psi(x_0) = L 2x_0 B_m \sin \omega t.$$

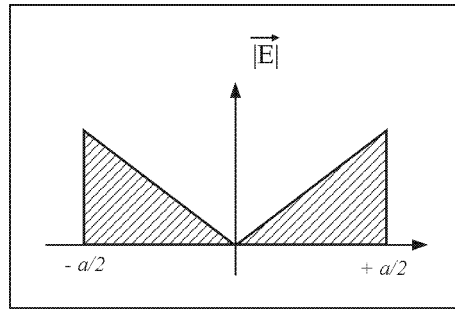
U konturi æe se pojaviti elektromotorna sila:

$$e = \oint_c \vec{E} d\vec{l} = 2L |\vec{E}|.$$

Smatraæemo da je polje \vec{E} – duæ konture svuda isto $e = 2x_0 L \omega B_m \cos \omega t$

$$|\vec{E}|_{x=x_0} = x_0 \omega B_m \cos \omega t.$$

Moduo vektora \vec{E} – u funkciji koordinate x na intervalu od $-\frac{a}{2}$ do $\frac{a}{2}$



Slika 60.

U provodnom materijalu provodnosti s u kome postoji električno polje \vec{E} egzistira i određena gustina struje.

$J = s_{Fe} E$ sledi da postoje specifični gubici snage $p = \frac{dP}{dV} = s E^2$, gde je dV zapremina.

$$p_V = \sigma x_0^2 \omega^2 B_m^2 \cos^2 \omega t.$$

Srednja vrednost P za prostoperiodičnu eksitaciju je:

$$P_{Fe} = \frac{1}{2} \sigma x_0^2 \omega^2 B_m^2.$$

Ukupni gubici snage u jednom komadu lima su

$$P_{Fe} = \frac{H \cdot L \cdot \sigma \omega^2 B_m^2}{2} \cdot 2 \int_0^{a/2} x_0^2 dx_0.$$

Ispred integrala je 2 zato što gubici idu i na jednu i na drugu stranu i isti su.

$$P_{Fe} = H \cdot L \cdot s \omega^2 B_m^2 \cdot \frac{a^3}{24}.$$

Budući da je HLa zapremina komada magnetnog lima koje posmatramo sledi

$$\frac{\Delta P_{Fe}}{\Delta V} = p_V = \sigma \omega^2 B_m^2 \frac{a^2}{24},$$

i ovo je specifična snaga gubitaka usled vrtložnih struja.

Zaključak: Gubici u feromagnetskom materijalu koji potiču od vihornih struja se mogu smanjiti ukoliko se upotrebe međusobno izolovani limovi jer su gubici proporcionalni kvadratu dimenzije debljine lima.

Uslov za to je da su linije polja bile paralelne sa limom (da je normalno na lim ništa ne bi uradili).

Delovi magnetnog kola u kojima postoji varijacija \vec{B} redovno se prave od limova (laminiranih) da bi se smanjili gubici usled vihornih struja. Gubici usled histerezisa se ne mogu smanjiti na ovaj način.

Što se tiče gubitaka u sprežnom polju oni postoje u feromagnetskom materijalu. Specifična snaga gubitaka u feromagnetskom materijalu

$$P_{Fe} \left[\frac{W}{kg} \right] = S_H B_m^2 \cdot f + S_V B_m^2 \cdot f^2,$$

$S_H B_m^2 \cdot f$ – su histerezisni gubici, a $S_V B_m^2 \cdot f^2$ – su gubici usled vihornih struja, $S_V \approx a^2$, gde je a debljina lima.

Postoje dve vrste limova od kojih se grade magnetna kola:

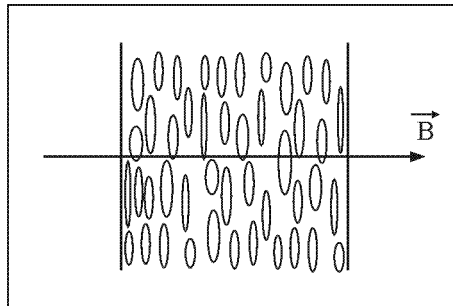
- a) hladno valjani limovi (transformatorski limovi)
- b) toplo valjani limovi (1/2dinamo/2 lim)

a) Hladno valjani limovi

Nema promena orijentacije magnetnog polja u odnosu na samo magnetno kolo, linije polja uvek u istom pravcu kod transformatora (nema kretanja transformatora). Kristali od koga je naèinjen lim, tim hladnim valjenjem bivaju izduženi u jednom pravcu (pravcu valjanja). Taj lim ima jako dobre magnetne osobine (permeabilnost) i male gubitke u pravcu valjanja. Zato što polje ide kroz kristale a ne u prostor pored njih.

Lim ima loše magnetske osobine u normalnom pravcu na pravac valjanja.

Tako valjan lim je praktičan za primenu gde se pravac polja nikada ne menja u odnosu na lim (transformatori)- transformatorski lim.



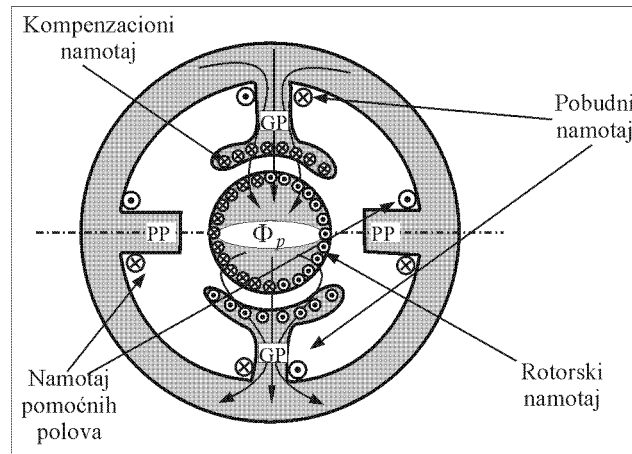
Slika 61.

b) Toplo valjani limovi

Rotor se obræe u polju između N-S pola magnetni materijal u sebi ima polje koje stalno menja orijentaciju. Koristi se ova vrsta limova, jer ima iste magnetne osobine u svim pravcima (dinamo lim).

- a) anizotropni;
- b) izotropni.

Pošto je polje u statoru jednosmerno nepromenljivo, mašine jednosmerne struje se èesto prave tako što su glavni polovi, pomoæni polovi i jaram naèinjeni od livenog gvoždãa, rotor je obavezno naèinjen od limova (ima pulsaciono polje u sebi).



Slika 62. Na slici postoji greška

Smerovi struja u rotorskim namotajima, namotaji na glavnim polovima, kao i namotaji na pomoćnim polovima nisu konzistentni ni tačni. Kao ve`ba, predla`e se `itaocu da postavi referentne smerove struja da `ine jedan konzistentan sistem.

Od `ega je na`injeno strujno kolo?

Mašine jednosmerne struje imaju namotaje i na statoru i na rotoru. Strujno kolo rotora se sastoji iz provodnika koji su smešteni du` ose mašina u telu rotora i zahvaljujuæi akciji komutatora i `etkica obezbeðuje se da kroz sve provodnike rotora postoji struja $I_{a/2}$ ispod i $I_{a/2}$ u zoni iznad `etkica.

Namotaji rotora se nazivaju rotorski, armaturni ili namotaji indukta.

Na statoru postoje 3 namotaja. Jedan od tih namotaja svojim provodnicima obuhvata glavne polove (PN), zove se pobudni namotaj, (redno su vezani namotaji na jednom i drugom polu).

Postoji naroèit komplet provodnika montiran u telu glavnih polova – kompenzacioni namotaj.

Treæi je namotaj pomoænih polova.

Sada prvo pravimo dinamièki model:

a) Pobudni namotaj ima $\frac{N_p}{2}$ provodnika koji obuhvataju pol S, i $\frac{N_p}{2}$ u provodnika koji obuhvataju pol N. Sledi da ima ukupno N_p provodnika pobudnog namotaja.

Pretpostavimo da se taj pobudni namotaj prikljuæi na pobudni napon U_p i da kroz njega protie`e struja i_p .

Ψ_p – ukupan fluksni obuhvatkoji prolazi kroz glavne polove i rotor.

$$\Psi_p = N_p \Phi_p,$$

i predstavlja fluksni obuhvat celokupnog pobudnog namotaja.

$$u_p = R_p i_p + \Psi_p'.$$

Izra`eni su prelazni procesi u pobudnom namotaju gde je R_p – omski otpor provodnika. Magnetni otpor na putu fluksa po pretpostavkom da imamo $m \rightarrow \infty$ sastoji se iskljuèivo od magnetnog otpora u vazdušnom zazoru ispod polova S i N ($H = 0$ u rotoru $m \rightarrow \infty$).

$$R_m^p \Big|_{m_r \rightarrow \infty} = \frac{2d}{\mu_0} \frac{1}{LW},$$

gde je d – debljina vazdušnog zazora.

Magnetni otpor na putu fluksa po pretpostavkom da imamo $m \rightarrow \infty$ sastoji se isključivo od magnetnog otpora u vazdušnom zazoru ispod polova S i N ($H = 0$ u rotoru $m \rightarrow \infty$). Ukoliko je dužina glavnih polova W , a dužina mašine L :

$$\Phi_p = \frac{F_p}{R_m^p} = \frac{N_p i_p}{2d} \mu_0 LW,$$

$$\Psi_p = \frac{N_p^2}{2\delta} \mu_0 LW i_p = L_p i_p \Rightarrow L_p = \frac{N_p^2}{2\delta} \mu_0 LW = \frac{N_p^2}{R_\mu^p},$$

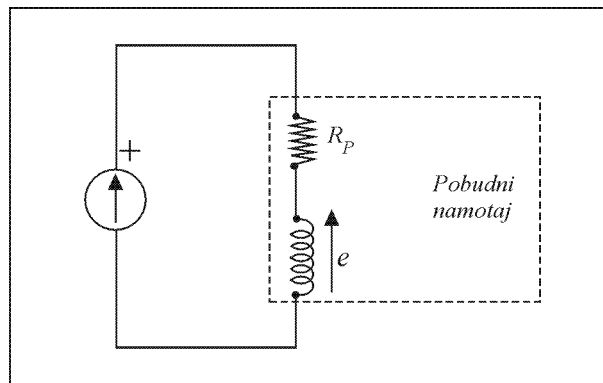
$$\Phi_p = L_p' i_p,$$

$$L_p' = \frac{N_p}{R_m^p} = \frac{L_p}{N_p}.$$

Fluks koji obuhvata pobudni namotaj $\Psi_p = \Phi_p N_p$.

Kako se pobudni namotaj napaja?

U svim praktičnim aplikacijama postoji izvor jednosmernog napona koji je obično konstantan i on se dovodi na pobudni namotaj (ima termogeni karakter, a deo impedanse mu je reaktivan na kome je elektromotorna sila koji je izvod fluksa).



Slika 63.

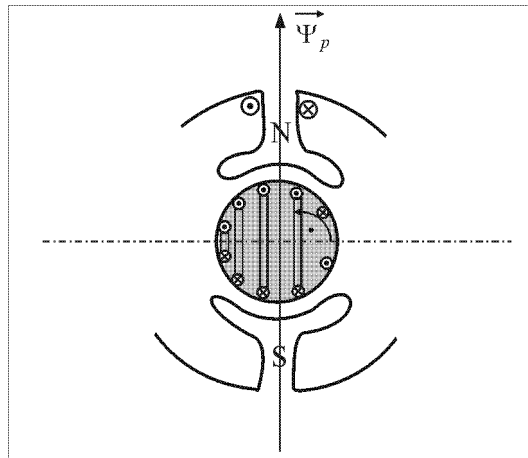
Primetimo da pobudni namotaj nema nikakvu spregu sa rotorskim strujama. Fluks pobude ne bi trebao da bude funkcija struje rotora. Drugim rečima varijacije aramaturne struje ne bi trebalo da prouzrokuju promenu pobudnog fluksa.

$$\frac{\partial \Phi_p}{\partial i_a} = 0,$$

$$e = \frac{d}{dt}(\Psi_p) = \frac{d}{dt}(L_p i_p),$$

ΔI_a ne sledi $\Delta \Phi_p$.

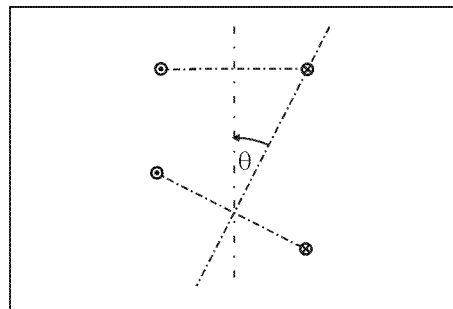
To je zbog toga što pobudni fluks $\vec{\Phi}_p$ ide po vertikalnoj osi. Osa pobudnih namotaja i osa u kojoj postoji fluks je vertikalna, rotorski provodnici su postavljeni tako da kroz svaki provodnik u gornjoj grani teče ka nama, a kroz provodnik u donjoj teče struja od nas. Možemo zamisliti da su ti provodnici povezani u parove, a osa svake konture je q i ona je normalna na osu i kojoj postoji glavni fluks i nju zovemo d osa.



Slika 64. Postoje greške na slici:

a) Polovi nisu pravilno označeni u odnosu na smer pobudnog fluksa

Doprinos fluksa po q osi ne doprinosi fluksu Φ_p .



Slika 65.

Međusobna induktivnost proporcionalna je $\cos q$ (gde je q ugao između osa namotaja) a najveća je kada su ose namotaja kolinearne.

Međusobna induktivnost između rotorskog i statorskog namotaja je 0 ($\cos q = 0$), pa fluks kroz rotor neće uticati na statorski fluks. Drugim rečima elektromotorna sila je isključivo izvod $L_p i_p$.

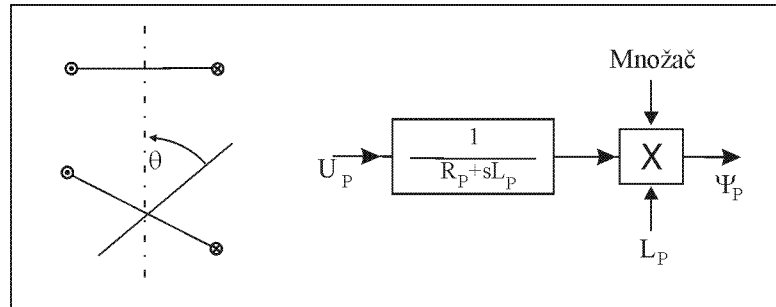
L_p – je induktivnost pobudnog namotaja.

$$e \approx \frac{d}{dt}(\Psi_p) = \frac{d}{dt}(L_p i_p).$$

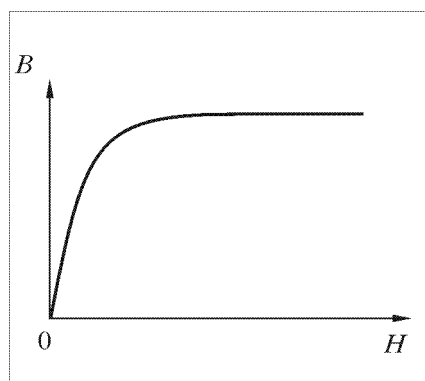
$$L_p = \text{const} \Rightarrow U_p = R_p i_p + L_p \frac{di_p}{dt},$$

$$L_p = \frac{N_p^2}{R_\mu}.$$

Najveća vrednost R_{μ} u vazдушnom zazoru zavisi od struje a kako je gvoždje nelinearan materijal može da dođe u zasićenje.



Slika 66.



Slika 67.

Zato je induktivnost funkcija struje $L_p = f(i_p)$.

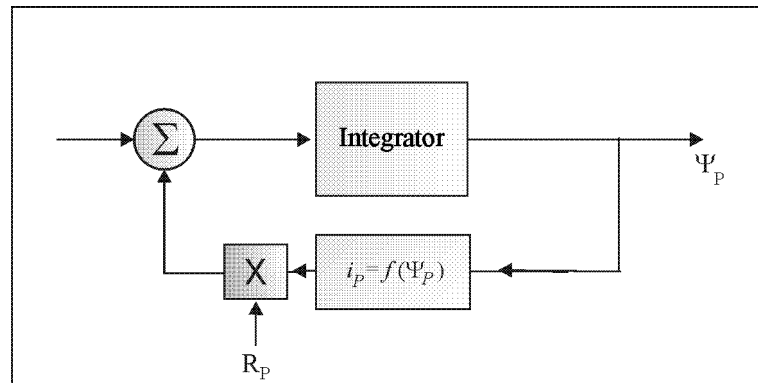
Kako da ovu zavisnost opišemo, a da se jednačine ne komplikuju?

Jednačina naponskog balansa za slučaj da je induktivnost promenljiva je:

$$u_p = R_p i_p + L_p(i_p) \frac{di_p}{dt} + \left(\frac{\partial L_p}{\partial i_p} \right) \cdot \frac{di_p}{dt} i_p.$$

Izborom struja i_p za promenljive stanja u slučaju nelinearnog magnetnog (nelinearni feromagnet) kola moramo da znamo dve zavisnosti: $L_p(i_p)$ i $\frac{\partial L_p}{\partial i_p}$ (i $\frac{\partial L_p}{\partial i_p}$ je takođe funkcija struje).

Izborom fluksa Φ_p za promenljivu stanja pojednostavljuje se modelovanje sistema sa nelinearnim feromagnetom:



Slika 68. (Ulaz modela predstavlja pobudni napon U_p)

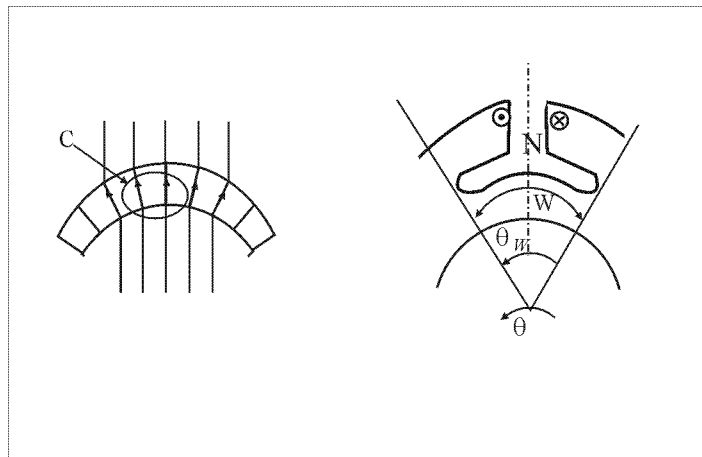
Potrebno je da znamo samo jednu funkcionalnu zavisnost $i_p = f(\Psi_p)$

$$u_p = R_p i_p + \Psi_p'$$

Transformatorska ili elektromotorna sila samoindukcije nije dinamička (ne nastaje kao posledica kretanja delova mašine) i označava se $e \sim \Psi_p'$.

Javlja se i $t_p \sim \frac{L_p}{R_p}$ vremenska konstanta namotaja (ova zavisnost nije baš proporcionalna jer L_p nije konstantno). Nakon proticanja nekoliko ovakvih vremenskih intervala uspostaviće se stacionarno stanje (ulaz u integrator = 0) u pobudnom namotaju. U stacionarnom stanju $i_p = \frac{U_p}{R_p}$.

Linije polja u vazдушnom zazoru normalne su na feromagnetik zbog toga što je $\oint_C \mathbf{H} d\mathbf{l} = 0$ tangencijalna komponenta uz sam feromagnetik jednaka nuli, pa polje mora biti normalno.

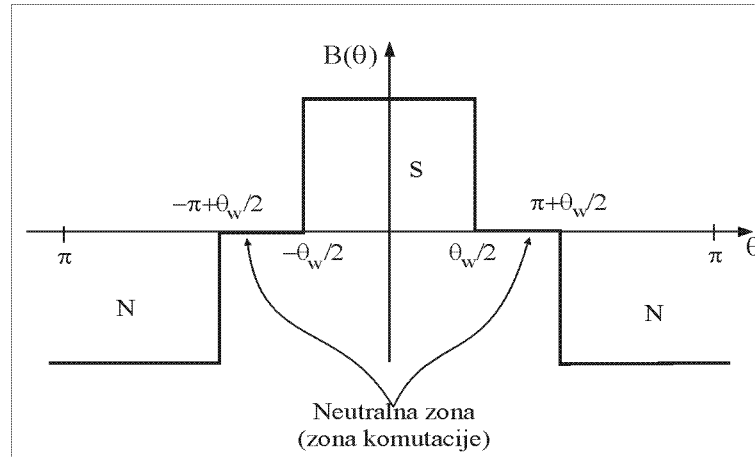


Slika 69. Postoji greška na slici: oznaka za pol (N) nije u skladu sa ref. smerom struje pobude

W – širina polova, α_w – ugao pod kojim vidimo pol ako ga gledamo iz centra osovine, $W = \frac{D}{2}\alpha_w$ formula za dužinu luka unutrašnji prečnik statora približno je jednak spoljašnjem prečniku rotora (pretpostavka je da je vazdušni zazor tanak) D – prečnik vazdušnog zazora, a L – osna dužina mašine).

$$B \approx \frac{\Phi_p}{W \cdot L}$$

Pišemo približno jer je tačna vrednost B nešto drugačija (i tačan oblik polja je malo drugačiji kod ivice polje je zakrivljeno).



Slika 70. Greška na slici: umesto $\pi + \theta_w/2$ treba da piše $\pi - \theta_w/2$

$B(\varrho)$ – raspodela indukcije u vazдушnom zazoru, $\varrho = 0$ tačno na sredini glavnog pola.

Indukcija u zoni glavnog (S) pola iz rotora ulazi u stator (pozitivna je) u zoni van glavnih polova nema indukcije.

U zoni drugog pola (N) linije idu iz statora u rotor.

Zona komutacije (ili neutralna zona) – ispod pomoćnih polova, u njoj nema indukcije, i u njoj se nalaze provodnici koji komutuju.

U svakom rotorskom provodniku koji se nalazi ispod glavnog pola indukuje se elektromotorna sila:

$$E_1 = LB \frac{D}{2} \omega_R$$

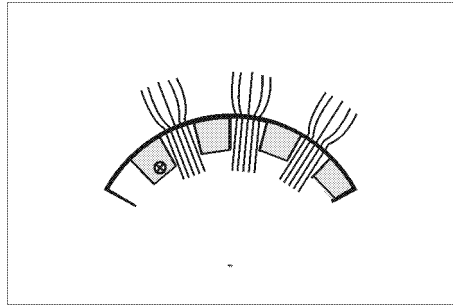
gde je ω_R – brzina kretanja mašine, a $\frac{D}{2} \omega_R$ – periferna brzina.

Elektromotornu silu ne računamo više po $e = \oint_C \vec{E} d\vec{l}$ jer želimo da pređemo na makro model.

Pretpostavljamo da smo duž jednog provodnika u rotoru već izvršili tu integraciju. Sada tražimo zamensku šemu i mehaničke karakteristike.

$$E_1 = LB \frac{D}{2} \omega_R \text{ nije tačna jednačina}$$

Na slici 71. su unutar žlebova prikazani provodnici. Magnetni otpor vazduha \gg od magnetnog otpora gvožđa. U zoni gde se nalazi provodnik indukcija je jako mala – nema je.



Slika 71.

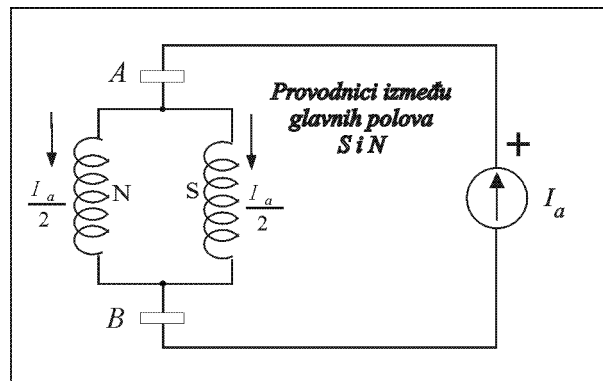
Ako uoèimo parnjak ovog provodnika, oni se vrte brzinom ω_R , izraèunamo fluks i elektromotornu silu njihovu i dobijamo prethodnu jednaèinu. Indukcija u zoni provodnika je oko hiljadu puta manja od indukcije u zubu. Izraz je taèan, ali je pogrešan zakljuèak da se polje u provodniku indukuje zbog toga što se nalaze u polju B—to nije taèno.

Još jedan privid je da na provodnik u žlebu deluje sila $F = B L \frac{I_a}{2}$, ali æe rezultati koje æemo dobiti na osnovu ovoga biti taèni. Sila u stvari deluje na zupce. Nema indukcije B na mestu gde se provodnik nalazi, ova relacija samo opisuje makroskopske fenomene.

Rotorski provodnici èiji je ukupan broj po obimu mašine N_R . Ispod jednog glavnog pola ima $\frac{W}{pD} N_R$ provodnika.

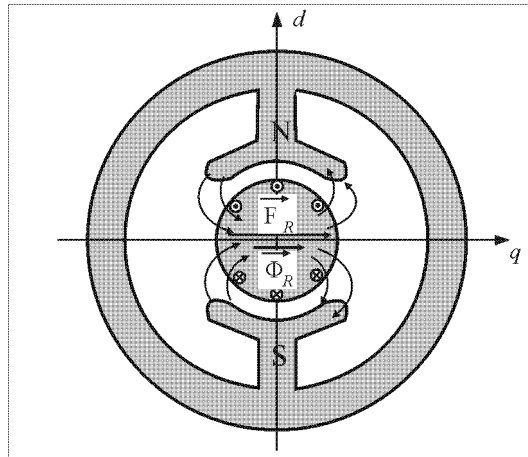
$$U_{AB}(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + \frac{W}{pD} N_R \cdot B L \frac{D}{2} \omega_R,$$

gde je $R_a i_a(t)$ termogeni pad napona, $L_a \frac{d}{dt} i_a(t)$ induktivni pad napona i $\frac{W}{pD} N_R \cdot B L \frac{D}{2} \omega_R$ dinamièka elektromotorna sila koja je posledica rotacije.



Slika 72.

Na slici su rotorski provodnici povezani paralelno u 2 grane.



Slika 73.

Rotorski provodnici kroz koje teče struja uzrokuju magnetopobudnu silu usmerenu u pravcu pomoćnih polova, a ona uzrokuje fluks:

$$|\vec{F}_R| = \frac{N_R i_a}{2} \frac{i_a}{2},$$

$$\vec{O}_R = \frac{\vec{F}_R}{R_{\mu_q}}.$$

\vec{F}_R – magnetopobudna sila rotora, \vec{O}_R – magnetni otpor u pravcu q ose.

$$R_{\mu_q} \gg R_{\mu_d},$$

U d osi glavni polovi su široki, a njihov vazdušni zazor je mali. R_{μ_q} je mnogo veće jer se linije polja zatvaraju velikim delom kroz vazduh.

$$|\vec{O}_R| \ll |\vec{O}_P|$$

Stator (koji je uzrok indukovanja elektromotorna sila u rotoru) = induktor

Rotor (u kome se indukuje elektromotorna sila) = indukt

Fluks rotora i magnetopobudna sila rotora = fluks indukta ili fluks reakcije indukta (jer se javlja kao reakcija na statorsku struju)

Armatura = indukt

Induktor je uvek uzrok pojave elektromotorna sila, bez obzira o kojim se mašinama radi.

Induktivni pad napona nije posledica rotacije – Φ_R uvek postoji u istom pravcu zahvaljujući komutaciji; elektromotorna sila samoindukcije nije posledica rotacije.

$$L_a \ll L_p, \quad R_{\mu_q} \gg R_{\mu_d}, \quad \text{a} \quad L = \frac{N^2}{R_{\mu}}.$$

Induktivnost armature je mnogo manja od induktivnosti pobude.

Dinamička elektromotorna sila je posledica kretanja mašine:

$$E_d = L \frac{D}{2} \omega_R \frac{W}{pD} N_R \Phi_p \frac{1}{WL} = \frac{N_R}{2p} \Phi_p \omega_R,$$

$\frac{N_R}{2p}$ – koeficijent elektromotorne sile. Jednaèina naponskog balansa za indukt:

$$U_{AB}(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + K_e \Phi_p \omega_R,$$

$L_a(i_a)$ – je jako mala zavisnost, pa je zanemarujemo.

$$\Psi_R = \frac{N_R}{2} \Phi_R,$$

$$\frac{d}{dt} \Psi_R = \frac{d}{dt} (L_a i_a) = L_a \frac{d i_a}{dt} + \frac{\partial L_a}{\partial i_a} \frac{d i_a}{dt} i_a \cong L_a \frac{d i_a}{dt},$$

Dinamièki deo magnetnog otpora u q osi je u vazduhu – ovaj magnetni otpor je linearan, pa je $L_a(i_a)$ – mala zavisnost.

Dinamièki model elektriènog podsistema

Jednaèina naponskog balansa za pobudno kolo glasi:

$$U_p = R_p i_p + \frac{d}{dt} (N_p \Phi_p).$$

Jednaèina naponskog balansa za armaturno kolo (kolo indukta):

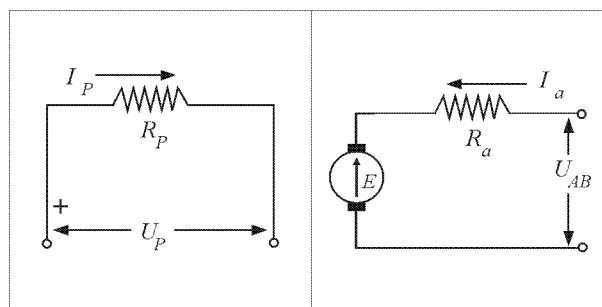
$$U_{AB} = R_a i_a + L_a \frac{d i_a}{dt} + K_e \Phi_p \omega_R.$$

Zamenska šema za stacionarno stanje (svi izvodi su jednaki 0)

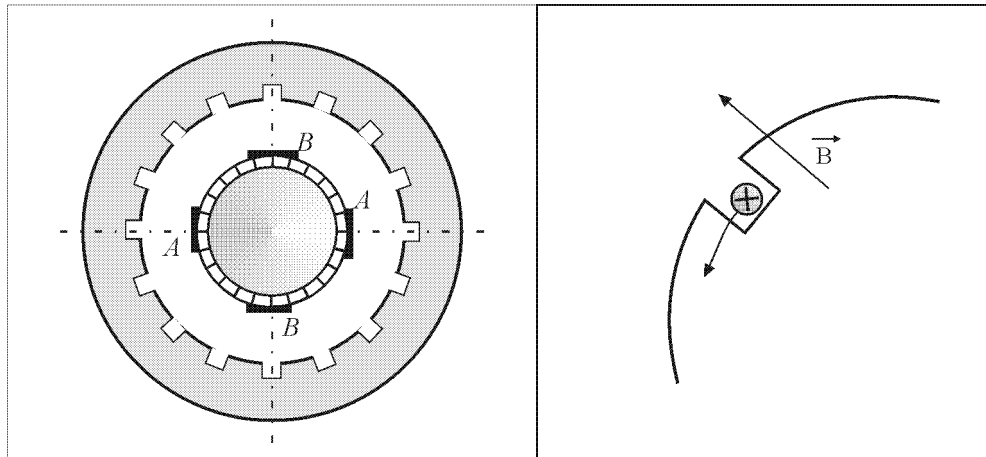
$$I_p = \frac{U_p}{R_p} \quad \left(\Phi_p = L_p' I_p \right),$$

$$U_{AB} = R_a i_a + K_e \Phi_p \omega_R,$$

(nedostajæe nam samo Njutnova jednaèina).



Slika 74.



Slika 75. Na levoj slici postoji greška: magnetno kolo statora nije ispravno nacrtano. Za ispravnu sliku magnetnog kola statora četvorpolne MJSS konsultovati odgovarajuću literaturu.

Njutnova jednačina:

$$J_R = \frac{d\omega_R}{dt} = M_{em} - K_F \omega_R - M_m.$$

$K_F \omega_R$ je frikcija, a M_m – spoljašnji moment.

$$F = L \frac{I_A}{2} B,$$

Ova sila u stvari ne deluje na provodnike već na zupce. Sila koja deluje na rotor je:

$$M_{em} = \left(\frac{D}{2} F \right) \cdot \frac{2W}{p D} N_R,$$

$$M_{em} = \frac{LB}{2} \cdot I_a \cdot \frac{W}{p} N_R,$$

$$M_{em} = \frac{\Phi_p}{WL} \cdot \frac{L I_a W N_R}{2p},$$

$$\left(\frac{N_R}{2p} \right) = K_m.$$

Iz ovoga sledi:

$$M_{em} = K_m \Phi_p I_a.$$

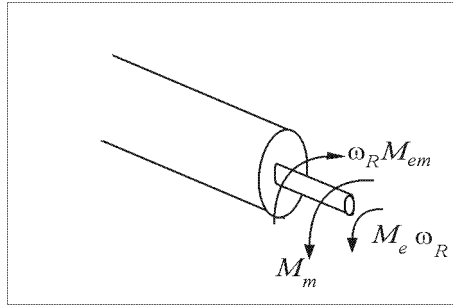
Mi ćemo govoriti pre svega o dvopolnim mašinama jednosmerne struje. Broj pari polova jednak je ukupnom broju polova podeljeno sa dva. Na slici 75. levo imamo prikaz četvorpolne mašine. Za višepolne mašine vrednosti za K_m i K_e nisu identične. Recimo, kod četvorpolne mašine imamo: $K_m = 2 * K_e$.

Mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom

Ukoliko se pobuda namotaja napaja iz nezavisnog strujnog ili naponskog izvora, struja armaturnog namotaja može se kontrolisati nezavisno od struje pobude.

Mehanička karakteristika (zamenska šema za stacionarno stanje je ista kao prethodna – povezuje napone i struje na električnim priključcima) povezuje veličine na mehaničkom priključku mašine .

Φ_p nije funkcija I_R i ω_R .



Slika 76. Na slici postoji greška: umesto M_e treba da piše k_f u zna-enju koeficijenta frikcije

Karakteristika koja daje zavisnost momenata opterećenja od brzine obrtanja je mehanička karakteristika.

$$U_{AB} = R_a i_a + K_e \Phi_p \omega_R,$$

$$M_{em} = K_m \Phi_p I_a = K_m \Phi_p \frac{U_{AB} - K_e \Phi_p \omega_R}{R_a}.$$

Jednačina važi u stacionarnom stanju i uz pretpostavku da je frikcija zanemarljiva.

U izvoru koji napaja armaturno kolo može postojati neki otpor, pa pišemo opštije:

$$M_{em} = K_m \Phi_p \frac{U_{AB} - K_e \Phi_p \omega_R}{\sum R},$$

$$M_{em} = \frac{U_{AB}}{\sum R} K_m \Phi_p - \frac{K_m K_e \Phi_p^2}{\sum R} \omega_R = M_0 - S \omega_R.$$

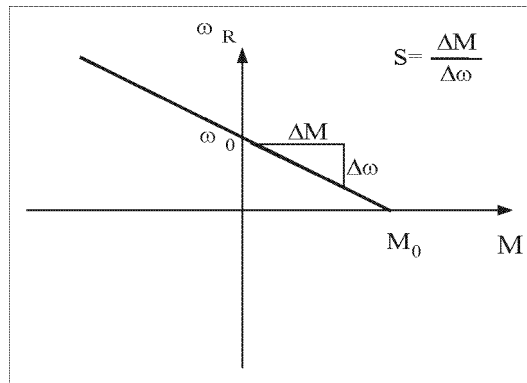
S – strmina mehaničke karakteristike.

M_0 – moment koji mašina razvija kada je zaustavljena (presek mehaničke karakteristike sa apcisom) ,mehanička karakteristika je linearna.

Strmina mehaničke karakteristike

$$S = -\frac{\Delta M_{em}}{\Delta \omega} = -\frac{K_m K_e \Phi_p^2}{\sum R},$$

$$M_{em} = M_0 - S \omega_R.$$



Slika 77.

ω_0 – brzina praznog hoda (presek sa ordinatom)

$$\omega_R = \omega_0 - \frac{1}{S} M_{em},$$

$$\omega_0 = \frac{U_{AB}}{K_e \Phi_p}.$$

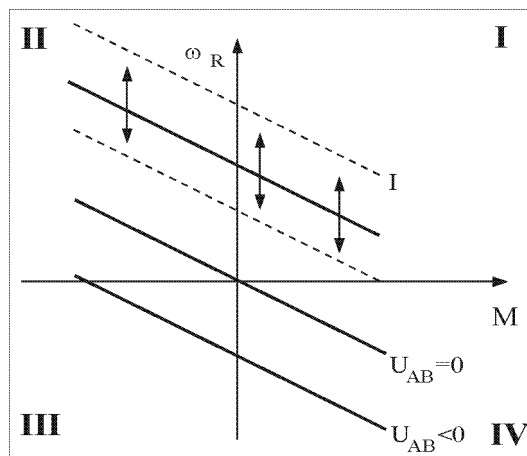
Gde je $S = \frac{M_0}{\omega_0}$.

Ovo je tvrda karakteristika. Sa promenom brzine moment se jako menja.

M_0 još zovemo i polazni moment (kad uključimo mašinu).

U primenama električnih mašina potrebno je regulisati njihovu brzinu. Koje su upravljačke promenljive kod mašina sa nezavisnom pobudom?

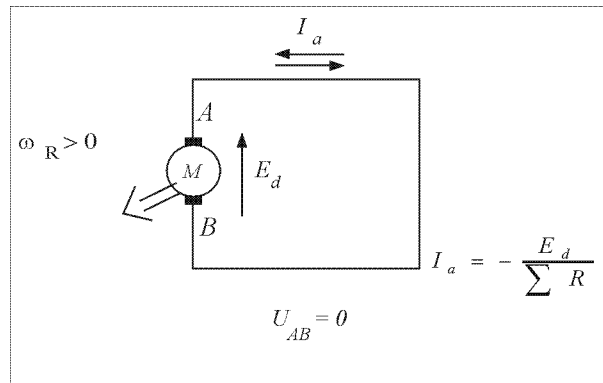
Armaturni napon U_{AB} i struja pobude I_p . Armaturni napon menja brzinu praznog hoda a ne menja strminu karakteristike $\omega_0 \sim \omega_{AB}$



Slika 78.

Varijacija U_{AB} omogućava translaciju karakteristike naviše i naniže. $U_{AB} = 0$ namotaj indukta u kratkom spoju.

Postojanje pozitivnog smera obrtanja stvorilaće pozitivnu elektromotornu silu i I_a u ovom smeru.



Slika 79.

Odsustvo napona U_{AB} prouzrokuje kretanje struje I_a u suprotnom smeru od referentnog. Pobudni fluks nije promenio smer ali elektromagnetni moment je sada negativan, protivi se kretanju i koži mašinu.

Dalje umanjene U_{AB} translira karakteristiku naniže.

I Kvadrant

Elektromagnetni moment je veći od nule, brzina veća, njihov proizvod $M_{em}\omega > 0$ radi se o motornom radu.

$$E_d = K_e \Phi_p \omega_K,$$

$$P_C = E_d I_a = K_e \Phi_p \omega_K I_a = (K_e \Phi I_a) \omega = M_{em} \omega_R.$$

Ovo je snaga konverzije pri čemu je $K_e = K_m$.

Uz uslov da je $\omega > 0$ i $M_{em} > 0$ imamo da je $P_C > 0$.

Iz električnog snaga se konvertuje u mehanički podsistem (motorni rad).

II Kvadrant

Za $\omega > 0$ i $M_{em} < 0$ imamo da je $\omega_0 = \frac{U_{AB}}{K_e \Phi_p}$ i $\omega > \omega_0$. Iz ovih uslova sledi da je

$E_d > U_{AB}$ (elektromotorna sila veća od napona U_{AB}).

Iz zamenske šeme za stacionarno stanje vidimo da armaturna struja I_a menja smer: $I_a < 0$ pa se iz mehaničkog snaga konvertuje u električni podsistem – generatorski rad.

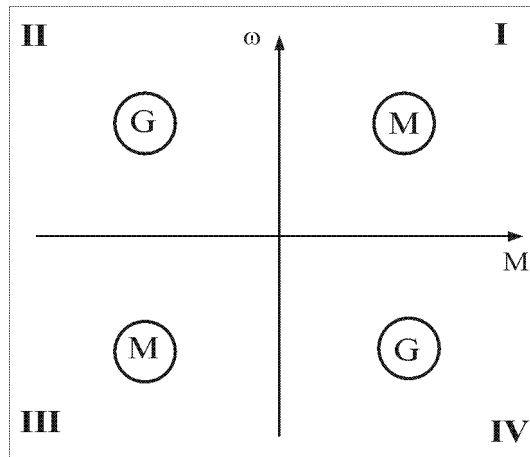
Generator = naprava koja mehaničku energiju konvertuje u električnu.

III Kvadrant

$$I_a < 0, \omega < 0, M_{em} < 0, E_d < 0, M\omega > 0, E \cdot I_a > 0 \text{ motorni rad}$$

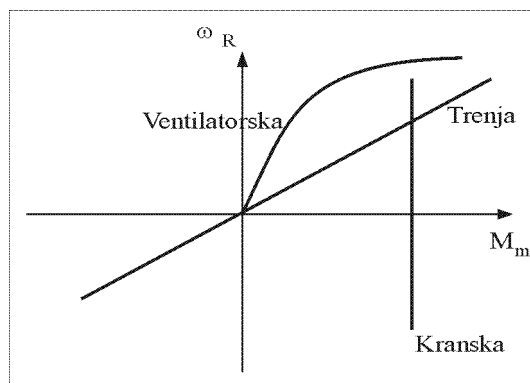
IV Kvadrant

Generatorski rad.



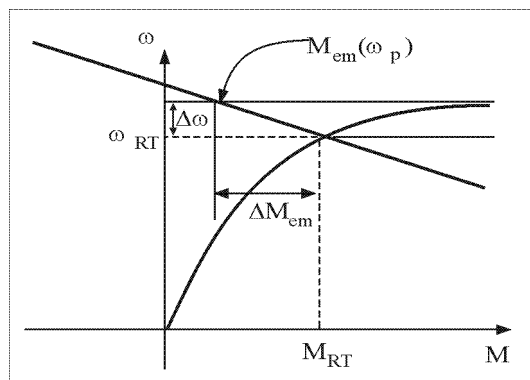
Slika 80.

Ako nam je poznata mehanička karakteristika, radnu tačku dobijamo u preseku karakteristike opterećenja i mehaničke karakteristike $M_m(\omega_p)$.



Slika 81.

Karakteristike označene na slici su: 1.Kranska karakteristika-moment opterećenja ne zavisi od brzine; 2.Karakteristika trenja i 3.Ventilatorska karakteristika.



Slika 82.

Ako je strmina karakteristike opterećenja veća od strmine mehaničke karakteristike, radna tačka je stabilna:

$$\frac{\Delta M_m}{\Delta \omega} - \frac{\Delta M_{em}}{\Delta \omega} \geq 0.$$

U suprotnom sluèaju: (uslov stabilnosti nije ispunjen)

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{em} - M_m > 0.$$

Bitno je zapamtiti kako se dobija radna taèka (u preseku mehanièke karakteristike motora i mehanièke karakteristike optereæenja) i koji je uslov za njenu stabilnost.

Ako u okolini radne taèke izvršimo linearizaciju:

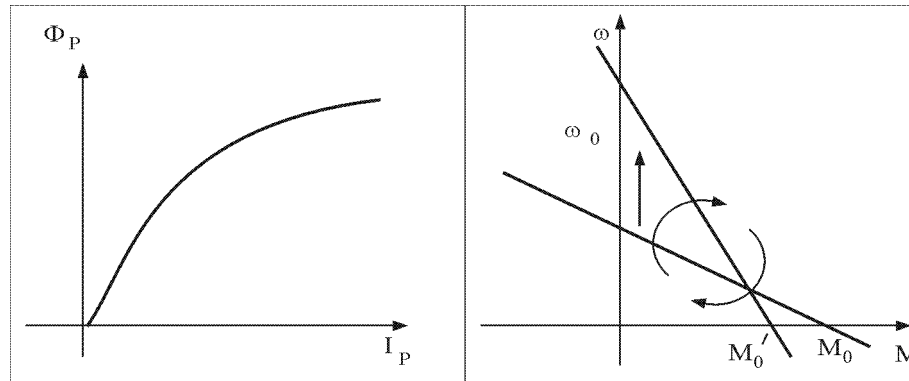
$$\Delta M_{em} = K_1 \Delta \omega$$

$$\Delta M_m = K_2 \Delta \omega$$

Kada gornje izraze zamenimo u Njutnovoju jednaèini imamo:

$$\Delta \omega = \Delta \omega_0 e^{\frac{t}{\tau}},$$

Gde je $\tau < 0$ nestabilno za $K_2 - K_1 > 0$



Slika 83.

Druga upravljaèka promenljiva velièina kojom možemo da utièemo na mehanièku karakteristiku mašine JS sa nezavisnom pobudom, je i_p (struja pobude)

Umanjenje pobudnog fluksa pomera naviše brzinu praznog hoda i smanjuje poèetni moment.

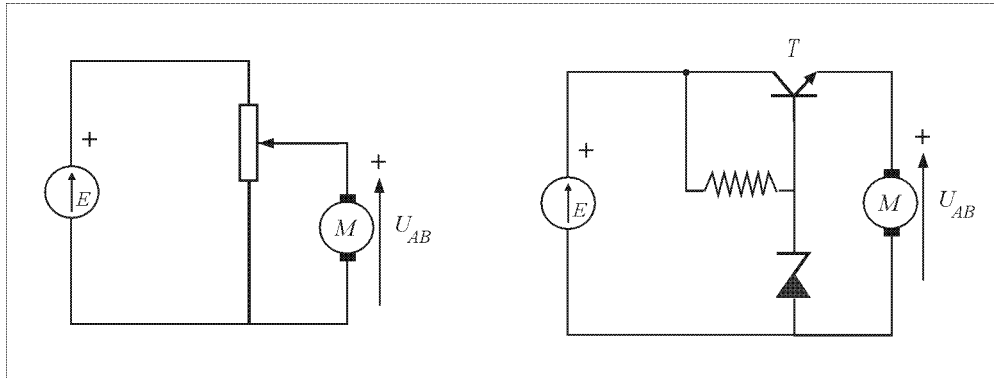
Kako æemo menjati napon napajanja? Na raspolaganju imamo konstantan izvor jednosmernog napajanja E (baterija, neregulisani ispravljaè...)

Da bismo menjali brzinu motora, potrebno je menjati napon armature. Ako zanemarimo termogeni pad napona, tada vrlo približno možemo reæi da je:

$$U_{AB} = K_e \Phi_p \omega_R \Rightarrow \omega_R = \frac{U_{AB}}{K_e \Phi_p}.$$

Da bismo ostvarili kontinualnu varijaciju brzine, potrebno je da ostvarimo kontinualnu varijaciju napona U_{AB} .

Možemo ovako:

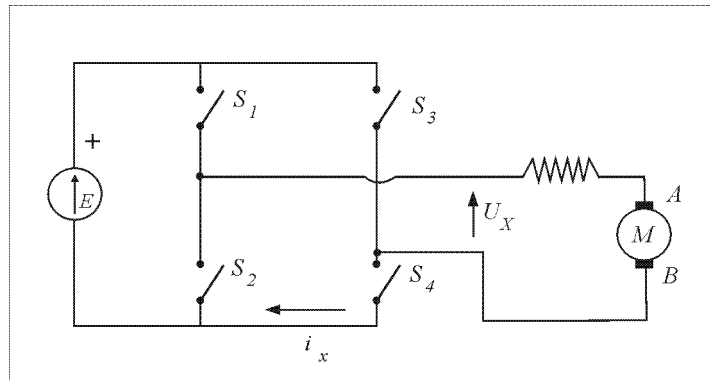


Slika 84. (Na desnoj slici nije prikazan mehanizam regulacije armaturnog napona, ve} na-in da se stabilizuje napon kojim se napaja armatura motora E)

Ovakvim naèinom bismo veæi deo energije koristili samo na zagrevanje otpornika. Pored velikih gubitaka, imali bismo još veæi problem da odvedemo toplotu – ovaj naèin je disipativan.

Isto kao i prethodno.

Radi se ovako:



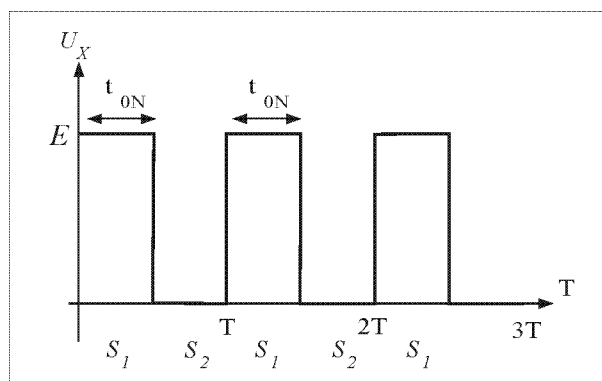
Slika 85. Greška na slici: umesto otpornika na slici treba da bude prikazan kalem

S_1, S_2 ili S_3, S_4 napon = 0, brzina približno je 0.

$$U_x \in \{-E, 0, +E\};$$

$$\omega \in \left\{ -\frac{E}{k\Phi}, 0, +\frac{E}{k\Phi} \right\};$$

Šta bi se desilo kada bismo brzo menjali stanje prekidaèa? S_4 stalno ukljuèen, S_3 stalno iskljuèen.



Slika 86.

Kontinualnom varijacijom t_{ON} možemo fino, nedisipativno menjati srednju vrednost U_X , $f^{domin} = \frac{1}{T}$ dominantna frekvencija u naizmeniènom delu napona U_X .

Ovo je širinska modulacija i neæemo je prouèavati.

Uèestanost izmene stanja (komutacije ili širinske modulacije) je $\frac{1}{T}$.

$X_a = L_a \cdot \frac{2p}{T}$ reaktansa je dovoljno velika da umanja valovitost armaturne struje.

$\Delta I \sim \frac{1}{L_a} \frac{1}{f^{dom}}$ valovitost armaturne struje (amplituda neželjene naizmeniène komponente)

Ako je uèestanost komutacije dovoljno velika, možemo smatrati da je naizmenièna komponenta U_X zanemarljiva, tj. da kontinualno i nedisipativno menjamo jednosmernu komponentu U_X .

Snaga koju predajemo motoru:

$$P_{\rightarrow M} = I_a E \cdot \frac{t_{ON}}{T} = I_a \cdot U_X^{SR}.$$

Struja koju crpemo iz izvora postoji samo kada je S_1 zatvoren (ovo nas interesuje da bi znali kolika je snaga koju gubimo).

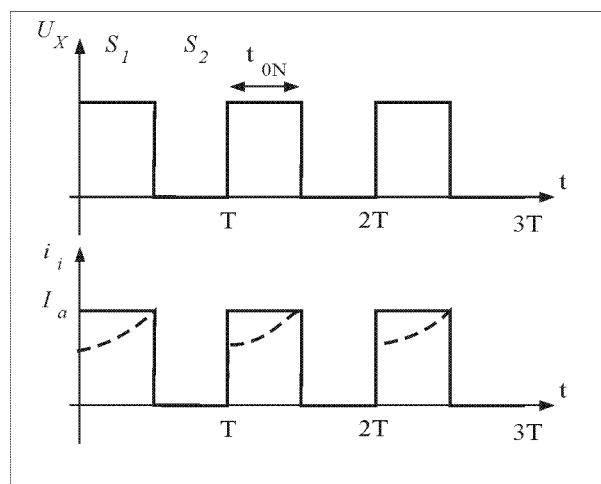
U intervalu S_2 ON, S_1 OFF ne crpemo nikakvu struju iz izvora.

Na slici 87. je prikazan realan oblik struje (kad uzmemo u obzir naizmeniènu komponentu).

$$I_i^{SR} = \frac{t_{ON}}{T} I_a.$$

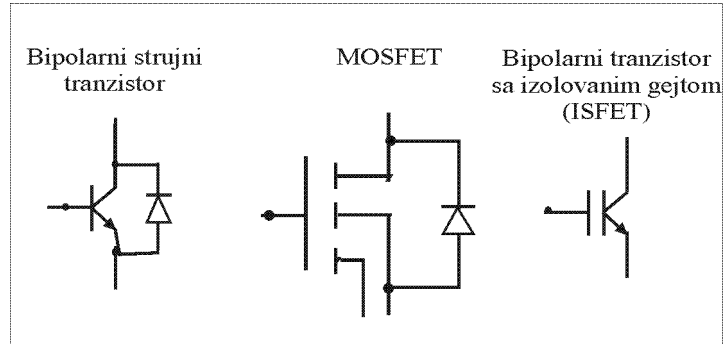
Smatramo da je valovitost zanemarljiva I_i^{SR} – srednja vrednost koju crpemo iz izvora..

Snaga koju crpemo iz izvora: $P_{IZV} = E \cdot I_i^{SR} = I_a \cdot E \cdot \frac{t_{ON}}{T}$. Snaga disipacije je mala kada nam je potrebna negativna snaga motora, U_X mora da ima negativnu srednju vrednost – to postizemo tako što S_3 ukljuèimo (3 i 4 kvadrant).



Slika 87.

Ukoliko je X_a mala, da bi se umanjila valovitost armaturne struje (ona treba da bude 5% od nazivne struje), na red se sa motorom ugrađuje dodatna induktivnost. učestanosti komutacije u praksi su 1–100 kHz, dakle prekidači moraju da budu poluprovodnički prekidači velike snage, ali ne mogu tiristori.



Slika 88. Greška na slici: umesto ISFET treba da piše IGBT

Dioda nam služi da bismo mogli da provodimo struju u oba smera (trebaju nam sve kombinacije znakova $u - i$, znak u odgovara znaku ω , a znak i znaku momenta). Tiristor ne može jer se on samopobuđuje, pa ne može da se ugasi.

S_1, S_4 pozitivan i

S_2, S_3 negativan.

Slabljenje polja

Elektromotori često rade u uslovima kada je potrebna konstantna snaga.

Zavisnost zahtevanog momenta M_m od brzine obrtanja rotora ω_R je takva da M_m opada pri porastu brzine (veliko opterećenje prouzrokuje malu brzinu obrtanja i obratno).

Primene motora često zahtevaju da se on obrće brzo sa malim teretom i obrnuto.

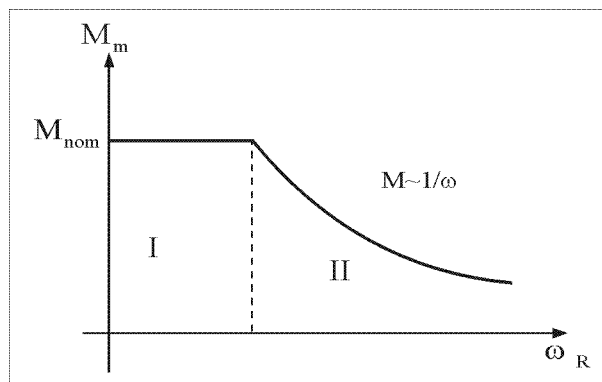
Primene motora su često takve da nam treba brzo skretanje sa malim momentom.

$$M_m \sim \frac{1}{\omega} \Rightarrow P_m \sim M_m \omega \sim \text{const} .$$

Karakteristika konstantne snage se često zahteva.

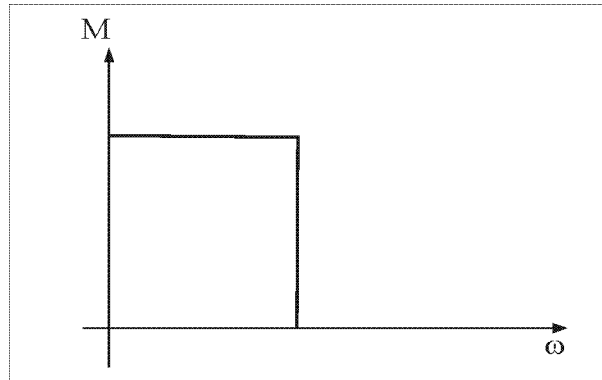
I zona konstantnog momenta (moment ovde zovemo nominalan)

II zona konstantne snage (oblast slabljenja polja)



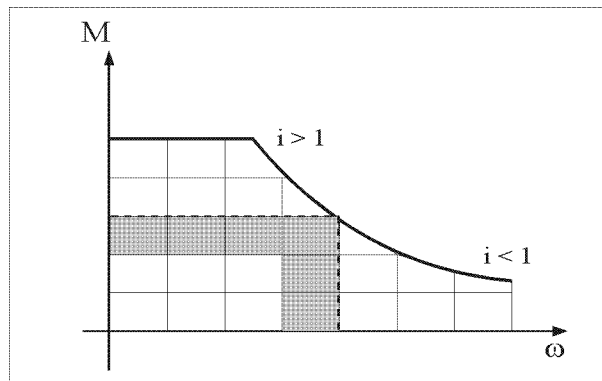
Slika 89. Karakteristika konstantne snage (hiperbola u $M - \omega$ dijagramu)

Kod motora sa unutrašnjim sagorevanjem $M = \frac{\Delta W}{\Delta q} = \text{const}$. Daju konstantan rad u toku svakog obrtaja što znaèi i konstantan moment, dakle ne mogu da daju gornju karakteristiku, pa se zato primenjuje varijabilan prenos.



Slika 90.

Varijabilan prenos omogućava da se moment i brzina preslikavaju na iM i $\frac{\omega}{i}$. Variranjem i (stepena prenosa) omogućava se da se obezbedi karakteristika konstantne snage, ali sa jednim setom diskretnih karakteristika.



Slika 91.

Ukoliko motor ima karakteristiku konstantne snage, onda moŹemo da izbegnemo prenosnik.

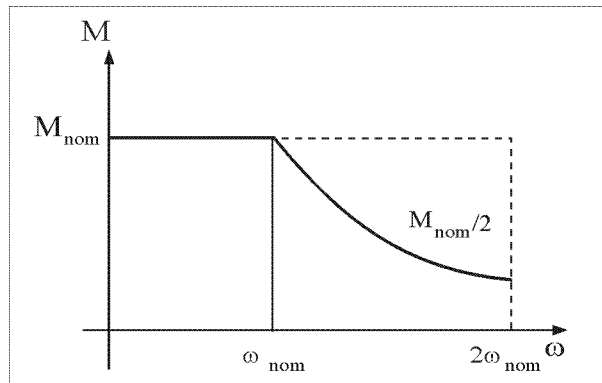
$$M \rightarrow i \cdot M,$$

$$\omega \rightarrow \frac{\omega}{i}.$$

Jako je dobro da motor ima mogućnost da radi u režimu konstantne snage. Gornja karakteristika nije mehanièka karakteristika motora, veæ karakteristika onih momenata koji su dostiŹni (tzv. eksploaciona karakteristika). Mehanièka karakteristika je karakteristika $M(\omega)$ za odreðene uslove napajanja motora.

Ovo je zahtev tereta – teret traŹi ovu karakteristiku.

Recimo da teret traŹi karakteristiku kao na slici 92.:

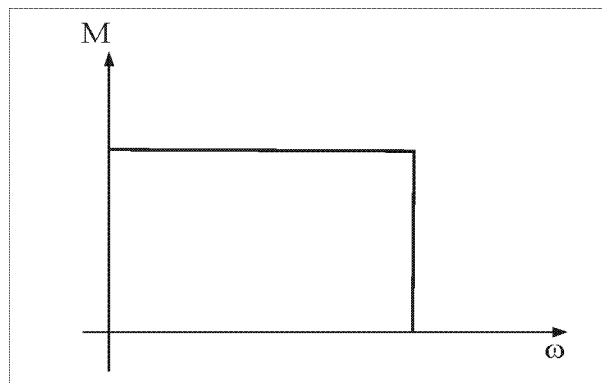


Slika 92. (Pojašnjenje slike) Na karakteristici je: $M(2\omega_{nom}) = M_{nom} / 2$

Ukoliko bismo imali motor koji ne može da radi u zoni slabljenja polja (zoni konstantne snage), tada moramo izabrati motor koji može da stigne do $M_{nom}, 2\omega_{nom}$ (pravougaona karakteristika).

Snaga dimenzionisanja motora:

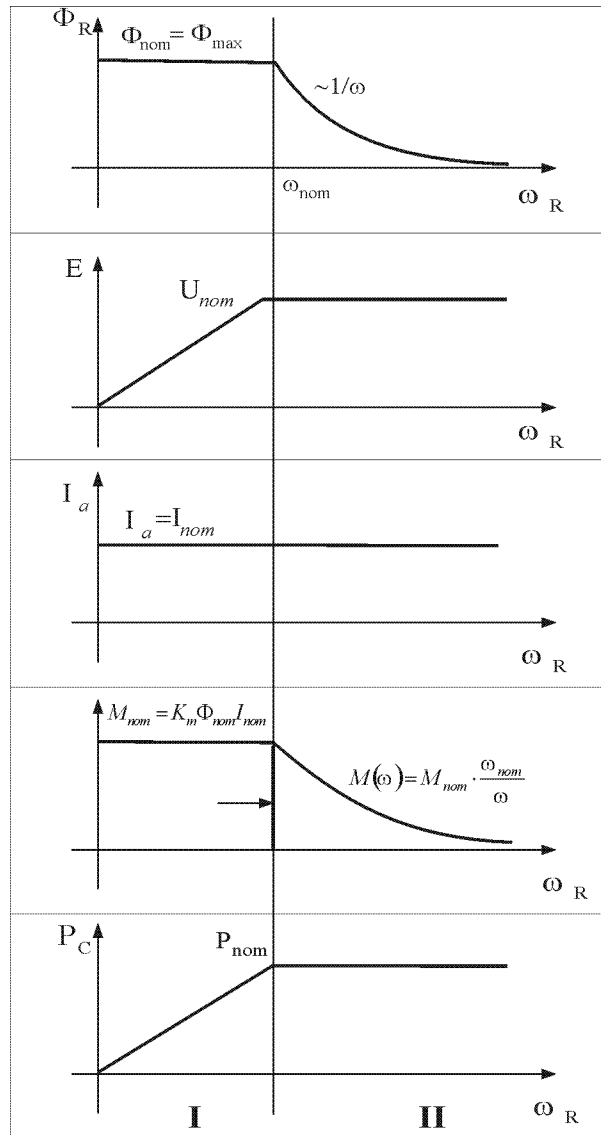
$$P_{dim\ nom} = 2\omega_{nom} M_{nom}.$$



Slika 93.

Kod motora koji može da radi u režimu konstantne snage snaga dimenzionisanja je dvaput manja.

Mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom mogu da rade u zoni slabljenja polja, a sada ćemo pokazati i kako.



Slika 94.

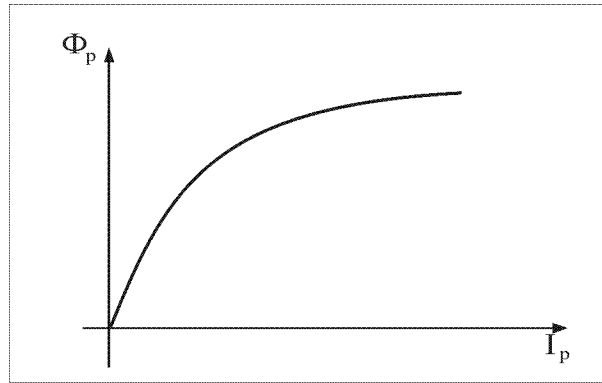
ω_{nom} – je nominalna ili nazivna brzina (razdvaja zone I i II, tj. zone konstantnog momenta i konstantne snage), ω_R – ugaona brzina obrtanja rotora, E – indukovana elektromotorna sila i P_C snaga koja se konvertuje.

Zašto je $\Phi_{nom} = \Phi_{max}$?

Nominalan ili bilo koji moment:

$$M_{em} = K_m \Phi_P I_a \Rightarrow I_a = \frac{M_{em}}{K_m \Phi_P}$$

$P_g \sim I_a^2$ gubici u električnom podsystemu su srazmerni kvadratu armature struje \rightarrow . povoljno je imati beskonačan fluks da bi gubici bili minimalni, tj. da bi proces elektromehaničke konverzije bio efikasniji. To naravno nije moguće: materijal od koga je načinjeno magnetno kolo statora i rotora je nelinearan.



Slika 95.

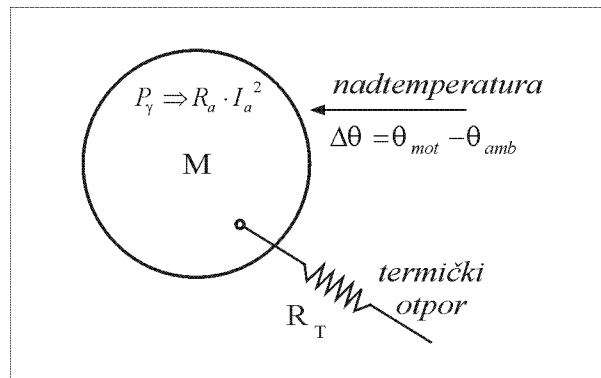
Karakteristika magnećenja je nelinearna i daljim povećavanjem pobudne struje ne može se povećavati fluks.

Postoji neka maksimalna vrednost fluksa koja se može postići i ona je približno jednaka proizvodu dužine mašine L , W polova i nekog broja B (oko 1,5 T).

Nominalan – ova oznaka uvek označava da se radi o vrednosti za koju je mašina projektovana. Da bismo minimizirali gubitke, fluks ćemo držati na max vrednosti ako je to ikako moguće, a smanjivamo I_a koliko možemo da bismo smanjili gubitke.

Nominalna vrednost struje je najveća vrednost struje koju motor može podneti u stalnom radu.

U okviru mašine postoje nekakvi gubici P_g , koji povećavaju temperaturu motora.



Slika 96.

Između motora i sredine imamo neki termički otpor (razmena toplote konvekcijom, zračenjem).

$\Delta q = q_{mot} - q_{amb}$ je razlika temperatura motora i ambijenta (*nadtemperatura*)

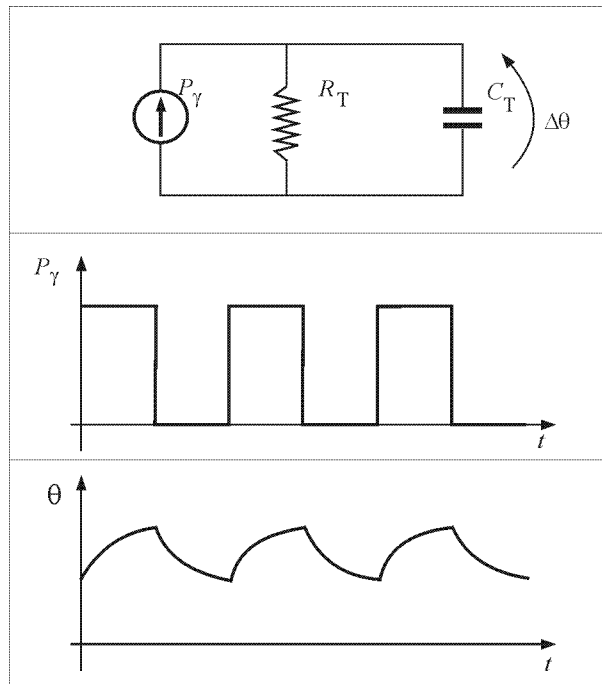
Termički otpor je količnik temperaturene razlike i snage gubitaka. Povećanjem armaturne struje povećava se temperatura motora.

Posle izvesne temperature ($150\text{ }^{\circ}\text{C}$) uništava se izolacija namotaja itd.

Najveća moguća vrednost struje koja se može trpeti u trajnom radu, a da motor ne izgori naziva se *nominalna struja*.

R_T – termički otpor u odnosu na ambijent, C_T – termička kapacitivnost u odnosu na ambijent.

Veću struju od nominalne motor može da izdrži samo kratkotrajno (impulsno). Srednja vrednost struje mora da se održava na konstantnoj vrednosti.



Slika 97.

Takođe, mi možemo razviti neke momente koji su veći od nominalnog, ali to ne sme da traje dugo.

Eksploataciona karakteristika: “ono što možete dobiti”, tj. geometrijsko mesto tačaka u $M(\omega)$ dijagramu koje motor može postići u trajnom radu.

Snaga je proizvod M i ω pa je ona linearna karakteristika. Nominalna snaga je maksimalna snaga koju motor može da postigne u trajnom radu.

$E \approx U_{AB}$ uz zanemarenje termogenog pada napona i konstantnog fluksa, elektromotorna sila je jednaka naponu koji dovodimo na priključke motora i linearno raste. Pri nominalnoj brzini, elektromotorna sila dostiže vrednost nominalnog napona. Snaga motora nije beskonačna jer je napon koji dovodimo na njegove priključke ograničen, kao i njegova struja.

Nominalan napon je maksimalni napon koji se može dovesti na motor u trajnom radu, a da se on ne ošteti (da ne izgori izolacija namotaja).

Nominalna brzina je ona pri kojoj nominalno pobuđen motor (sa nominalnim fluksom) razvija elektromotornu silu jednaku nominalnom naponu. Dalji porast brzine uz nominalni fluks nije moguć jer će doći do oštećenja izolacije. Nominalno pobuđen motor na nominalnoj brzini razvija elektromotornu silu jednaku nominalnom naponu; dalje povećanje ugaone brzine povećava elektromotornu silu i izolacija probija. Ukoliko imamo permanentne magnete na statoru, karakteristika motora je (vidi M_{em}) i nema načina da povećamo $\omega_{nom} \rightarrow$ eksploataciona karakteristika će biti ona označena strelicom.

$$E = E_{nom} = K_e \Phi_{nom} \omega_{nom}.$$

ne sme da prevaziđe ovu vrednost.

Za svaku brzinu koja je veća od nominalne, neophodno je da se fluks proporcionalno smanjuje sa porastom brzine (tada će elektromotorna sila biti E_{nom}):

$$\Phi_p(\omega) \Big|_{\omega > \omega_{nom}} = \Phi_{nom} \frac{\omega_{nom}}{\omega}.$$

Struja u nominalnom radu je konstantna iz čega proizilazi da moment opada isto kao i fluks.

Umanjenjem fluksa obezbeđujemo konstantnu vrednost elektromotorne sile pri svim brzinama većim od nominalne, oblast II se zato zove oblast slabljenja polja.

$$M(\omega) = M_{nom} \frac{\omega_{nom}}{\omega} \Big|_{\omega > \omega_{nom}}$$

Ovo je eksploataciona karakteristika.

U zoni konstantnog momenta, snaga koju možemo razviti je uzlazna funkcija, a u oblasti slabljenja polja je konstantna.

Kako variraju gubici u gvožđu u zoni slabljenja polja?

$$P_{Fe}^{ROT} = S_v f^2 B_m^2 + S_H f B_m^2.$$

U zoni slabljenja polja:

$$f \uparrow, B_m \sim \frac{1}{f} \downarrow, B_m = B_m^{nom} \frac{f_{nom}}{f}, f = \frac{\omega_R}{2p}, \Phi_p = L \omega B_m$$

Φ_p je pobudni fluks..

$$P_{Fe}^{ROT} = S_v f^2 \left(B_m \frac{f_{nom}}{f} \right)^2 + S_H f \left(B_m \frac{f_{nom}}{f} \right)^2.$$

Ukupni gubici u gvožđu će blago da opadaju – gubici usled vihornih struja su konstantni (skratiti sa f), ali gubici usled histerezisa su obrnuto proporcionalni sa f i blago opadaju.

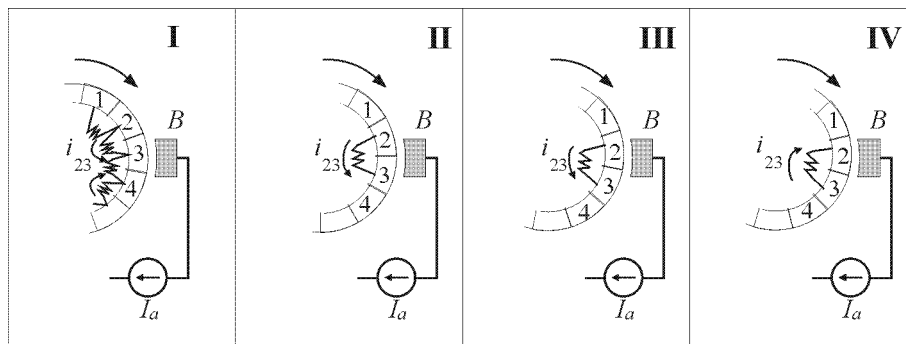
Ulaskom u zonu slabljenja polja, gubici usled vihornih struja se ne menjaju, a oni usled histerezisa blago opadaju. Dakle možemo povećavati brzinu motora.

Maksimalna brzina rada motora u zoni slabljenja polja je ograničena:

–mehanički (npr. da li je rotor dobro balansirani – ako nije, javiće se centripetalna sila; kvalitet ležajeva – oni omogućavaju da se rotor obrće bez velikog trenja)

–električno (problem sa komutacijom)

Proučimo kako problemi sa komutacijom utiču na brzinu motora u oblasti slabljenja polja.



Slika 98.

$$\Delta q_R = \frac{2p}{N_{KK}}, \text{ gde je } N_{KK} \text{ – broj kolektorskih kriški.}$$

Posmatramo proces u kome ètkica B prelazi sa kolektorske kriške 3 na krišku 2 – do toga dolazi zato što se rotor pomerio za ugao Δq_R .

Posmatramo samo namotaj vezan između kriški 2 i 3.

$$I \quad i_{23} = \frac{I_a}{2};$$

$$IV \quad i_{23} = -\frac{I_a}{2};$$

Imajući u vidu smerove struja u namotajima vezanim na red od A do B smatramo da je struja izvora vezanog između četkica $I_a = const$.

$$\Delta t = \frac{\Delta q_R}{\omega_R},$$

U toku ovog vremena struja se promeni za I_a (sa $+\frac{I_a}{2}$ na $-\frac{I_a}{2}$) i ovaj proces nazivamo komutacijom.

Jednačina naponskog balansa za namotaj 2–3:

$$e_R = k B_R \omega_R.$$

U namotajima 2 i 3 ne treba da se pojavi nikakva elektromotorna sila (oni su kratko spojeni četkicama i nalaze se u neutralnoj zoni – zoni ispod pomoćnih polova).

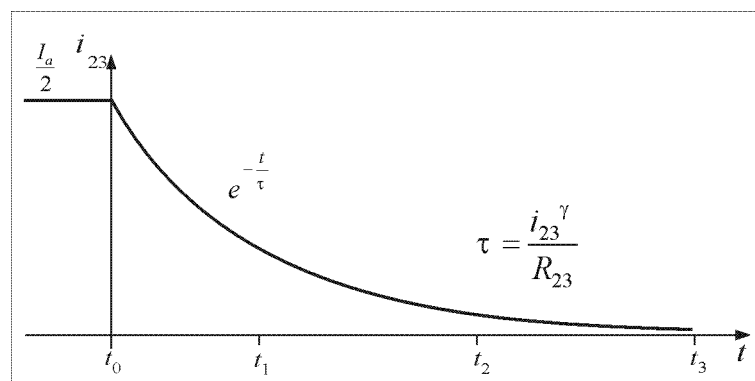
B_R – polje u neutralnoj zoni (ono je veoma malo, srazmerno armaturnoj struji i zanemarili smo ga u ranijem razmatranju).

$$e_R = R_{23} i_{23}(t) + L_{23}^g \frac{di_{23}}{dt}.$$

Ovo je jednačina naponskog balansa za namotaj 2–3 a $R_{23} i_{23}(t)$ je termogeni pad napona.

L^g induktivnost rasipanja (linije polja fluksa reakcije se prostiru tako da obuhvataju i glavne polove, ali se jedan deo rasipa u žlebu).

Ako zanemarimo postojanje ove elektromotorna sila, ili tako podesimo B_R da ona bude 0 ($e_R = 0$), kakva će biti struja:



Slika 99. Greška na slici: ispravna definicija vremenske konstante τ je: $\tau = L_{23}^g / R_{23}$

struja eksponencijalno opada od $+\frac{I_a}{2}$ do 0. $t_3 - t_0 = \Delta t$

Na kraju komutacije treba da postignemo $i_{23} = -\frac{I_a}{2}$, ali ako nema elektromotorna sila struja neæe promeniti smer, veæ æe biti bliska nuli (kao da nema namotaja) – sva struja koja dolazi kroz 43 i jednaka je $\frac{I_a}{2}$ ne moæe da proæe kroz 3–2, ona mora da uæe u æetkicu B. Rotacijom kolektora gustina struje raste jer ona nema gde da ide. Gustina struje pre prekida je jako velika (pre prestanka kontakta sa æetkicom), uspostavlja se plazma i elektriæni luk – struja kroz luk zavræava na æetkici. Kada se elektriæni luk uspostavi oko celog kolektora napraviæe spoj izmeðu æetkica A i B – to je tzv. kruæna vatra. Ona dosta brzo svodi brzinu obrtanja motora na nulu i uniætava kolektor.

Ako postoji $e_R \neq 0$ i termogeni pad napona $R_{23} i_{23}$ je mali (æto i jeste sluæaj): ako podesimo

$$B_R = -L_{23}^g \frac{dI_a}{dt} \cdot \frac{1}{KW_R},$$

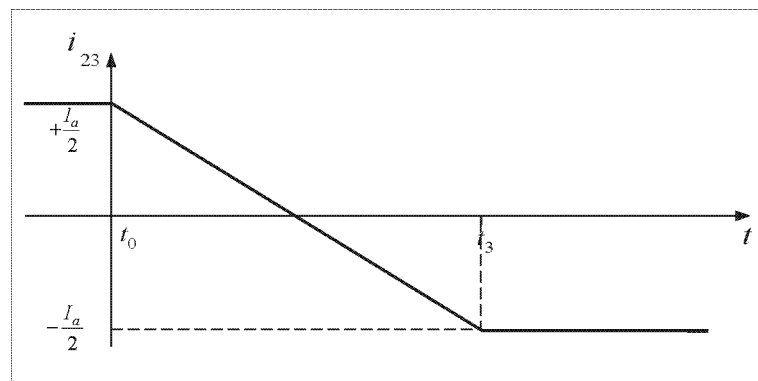
$$e_R = KW_R B_R,$$

$$\frac{di_{23}}{dt} = \frac{I_a}{\Delta t}.$$

Ovo predstavlja strminu struje.

Uz ovakvu strminu struje promena struje u vremenu æe biti linearna i u t_3 æe dostiaæi nivo od $-\frac{I_a}{2}$.

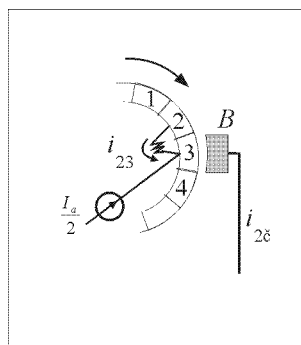
Linearna komutacija (linearna promena struje)



Slika 100.

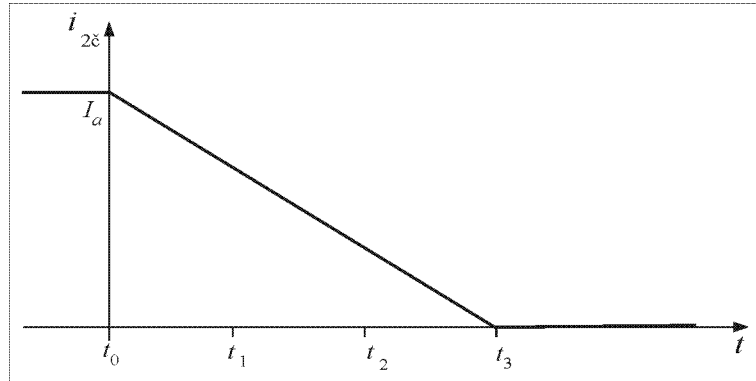
Zaæto je povoljna linearna komutacija?

Površina napajanja izmeðu kriæke 3 i æetkice linearno opada, æetkica sve manje poklapa kriæku 3. Poæto je promena struje linearna, to æe gustina struje biti konstantna.



Slika 101.

$i_{3\dot{E}}$ struja koja komutira između kriške 3 i četkice B.



Slika 102.

Iz donje grane stalno dolazi $\frac{I_a}{2}$. Na početku komutacije je $i_{3\dot{E}} = \frac{I_a}{2} + i_{23} = I_a$; na kraju komutacije $i_{3\dot{E}} = \frac{I_a}{2} - \frac{I_a}{2} = 0$.

Četkica izmiče linearno, pa će gustina struje biti konstantna i ravnomerno raspoređena na $i_{2\dot{E}}$ i $i_{3\dot{E}}$, što omogućava komutaciju bez luka na ivicama četkica.

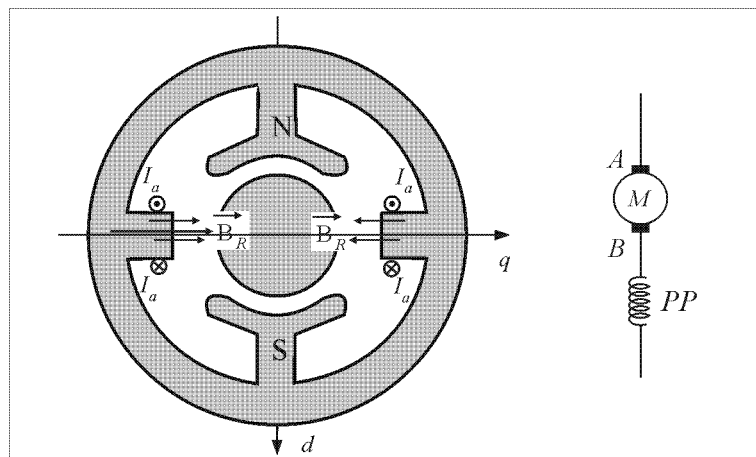
B_R treba da bude funkcija struje, da bi pri svakoj brzini bila omogućena linearna komutacija:

$$B_R = -L_{23}^g \frac{I_a W_R}{2p} \cdot \frac{1}{KW_R} = -L_{23}^g \frac{N_{KK}}{2p} \frac{1}{K} I_a,$$

$$B_R = -L_{23}^g \frac{N_{KK}}{2p} \frac{1}{K} I_a.$$

Treba da postoji mala vrednost B_R u neutralnoj zoni. Ona zavisi od armaturne struje i tada je ostvarena linearna komutacija.

Kako postizemo malu negativnu vrednost B_R proporcionalnu armaturnoj struji? U tu svrhu koristimo pomoćne polove:



Slika 103.

Namotaji pomoćnih polova kroz koje protiče I_a imaju zadatak da naprave malu negativnu vrednost indukcije B_R .

Izgled namotaja pomoćnog pola dat je na slici 103. a obično se ne crta.

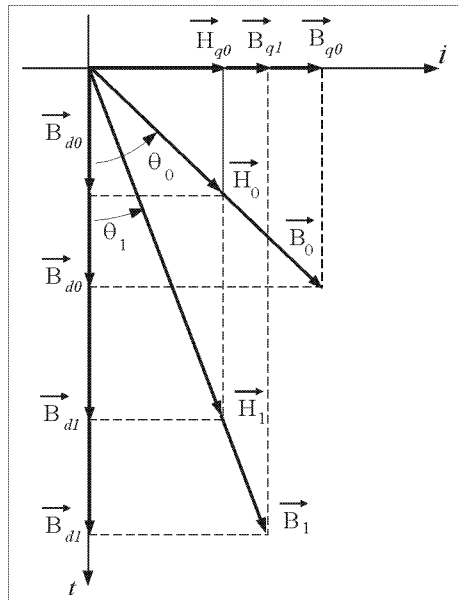
Armatura struja koja protiče kroz pomoćne polove pravi indukciju B_R koja nam je potrebna. Relacija između B_R i I_a treba da bude linearna što nije uvek moguće.

U želji da karakteristika $B_R(I_a)$ bude što je više moguće linearna u neutralnoj zoni (a ona to nije zbog nelinearnosti Fe), uvodi se veliki vazdušni zazor ispod pomoćnih polova, mnogo veći nego ispod glavnih.

Slabljenje polja negativno se odražava na linearnost karakteristike $B_R(I_a)$, i u tome leži razlog ograničenja maksimalne brzine kod mašina jednosmerne struje.

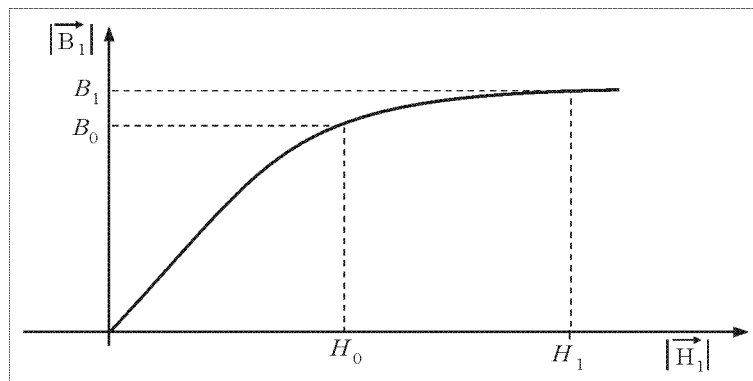
Između osa q i d postoji sprega. Osa d u kojoj fluks uspostavlja pobudni namotaj i osa q u kojoj fluks uspostavljaju pomoćni polovi i rotorski namotaj imaju međusobnu induktivnost 0 (međusobna induktivnost je srazmerna \cos ugla između osa. $\cos 90^\circ = 0$).

Sprega ipak postoji i prouzrokovana je nelinernošću magnetnog materijala.



Slika 104. Greška na slici: horizontalna osa treba da bude označena sa q , a vertikalna sa d

\vec{B}_1 ima isti pravac kao i \vec{H}_1 , ali je njegova projekcija na q osu B_{q1} manja – uvećanje \vec{H} na d osi smanjuje \vec{B} na q osi.



Slika 105.

Pravac \vec{B}_0 i \vec{H}_0 se poklapa, a amplitude su im povezane gornjom krivom.

U bilo kojoj tački rotora ili statora posmatramo komponente B i H .

Pravac vektora B i H poklapa, a amplituda je određena karakteristikama magnećenja materijala. Kada bi sredina bila linearna, promene polja u jednoj osi ne bi trebale da utiču na varijacije polja u drugoj osi – sistem bi bio raspregnut.

$$\frac{B_1}{H_1} \ll \frac{B_0}{H_0}.$$

Materijal ulazi u magnetno zasićenje:

$$B_{q_0} = \left(\frac{B_0}{H_0} \right) \cdot (H_0 \cdot \sin \alpha_0).$$

$H_{q_0} = (H_0 \cdot \sin \alpha_0)$, q komponenta se nije promenila, ali je permeabilnost opala.

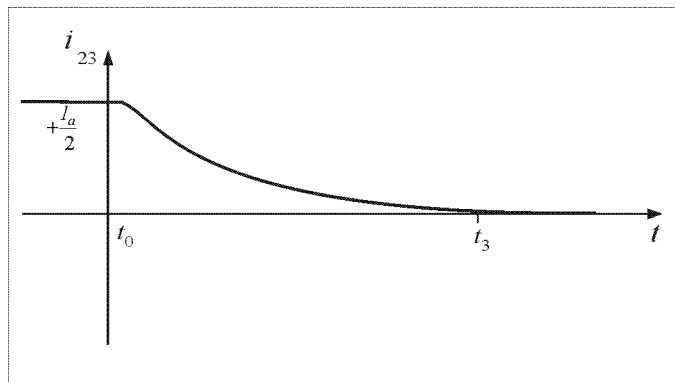
$$B_{q_1} = \left(\frac{B_1}{H_1} \right) \cdot (H_1 \cdot \sin \alpha_1).$$

$$H_{q_1} = H_{q_0}$$

Uvećenje fluksa u nelinearnom magnetiku se odražava na smanjenje permeabilnosti, čime se postiže da uvećenje polja u jednoj osi deluje na smanjenje u drugoj. To znači da ose q i d jesu spregnute, ali ne preko međusobne induktivnosti, sprega se ostvaruje zahvaljujući nelinearnosti magnetnog materijala. Uvećenje polja u jednoj osi umanjuje permeabilnost magnetnog materijala, tj.

odnos $\frac{B}{H}$ koji određuje polje u jednoj osi.

Ulaskom u slabljenje polja, d -fluks koji je dominantan opada. Pošto je jaram zajednički za d -fluks i q -fluks, upravo u njemu se događa ovo što smo opisali. Umanjenje fluksa u zoni slabljenja polja dovodi do znatnog povećanja permeabilnosti, jer magnetni materijal izlazi iz zasićenja i postaje linearan, magnetni otpor opada, i $B_R(I_a)$ se menja za istu struju dobijamo mnogo veću vrednost B_R zahvaljujući povećanju permeabilnosti.



Slika 106.

Struja će da se menja mnogo brže nego što je poželjno. Nagib struje u zoni slabljenja polja će biti mnogo veći nego što je poželjno – struja će isuviše brzo da padne na nulu jer je B_R (veće). Sva struja će suviše brzo da se preusmeri na krišku 2 i imaćemo elementarni luk na ulaznoj zoni četkice.

Ovakav luk nije toliko opasan, jer nema osobinu da se razmazuje po površini – čestice usijanog gasa (plazme) završavaju pod samom četkicom jer je smer rotacije kolektora takav. Ovo se

zove preuranjena komutacija. Kao rezultat svih ovih efekata brzina koju možemo postići u zoni slabljenja polja je $\omega_{\max} = (2-3)\omega_{nom}$. Razmotrili smo uticaj:

$$\Phi_p \Rightarrow B_R, \Phi_q.$$

Sada razmatramo uticaj:

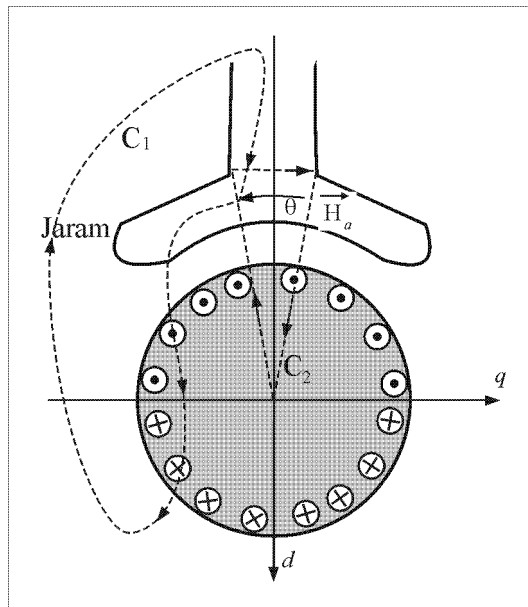
$$\Phi_R I_a \Rightarrow \Phi_p.$$

$$\Phi_p = L_p' \cdot I_p,$$

$$L_p' = \frac{L_p}{N_p}.$$

Reklo bi se da $\Phi_R I_a$ nemaju uticaja, ali se to ipak događa zbog nelinearnosti magnetnog materijala.

Pobudni fluks Φ_p biva umanjen kada armaturna struja I_a poraste. To se zove reakcija indukta.



Slika 107. Greška na slici: ϕ je ugao odklona od vertikalne ose d a ne kao što je prikazano na slici. Napomena: ugao ϕ je u daljem tekstu biti greškom preimenovan u ϕ_q

U materijalu uz samu ivicu vazdušnog zazora možemo posmatrati polja \vec{B} i \vec{H} .

$$H_p = K \cdot I_p, \quad H_p = \frac{N_p \cdot I_p}{2d}.$$

Ako ovako odaberemo konturu integracije (C_1), ovo je kružni $\oint \vec{H}_p \cdot d\vec{l}$ (ne figuriše struja rotora, jer obuhvatamo isti broj ulaznih i izlaznih provodnika. H_p je komponenta polja koja je posledica delovanja pobudne struje, a d – debljina vazdušnog zazora.

Ovde postoji i polje H_a koje je posledica postojanja armaturne struje.

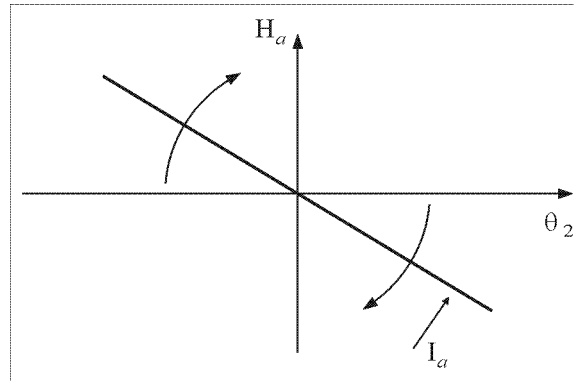
Jedan deo konture (C_2) leži na osi simetrije polova d . Sračunamo kružni integral kao rezultat je 0 jer obuhvatimo isti broj tačkica i krstića (za $q_2 = p$).

$$H_a \Big|_{q_2=p} = 0.$$

na osi glavnih polova d .

$$H_a(q_2) = -\frac{1}{d} \frac{N_R}{2p} q_2 \frac{I_a}{2}.$$

N_R ukupan broj provodnika rotora.

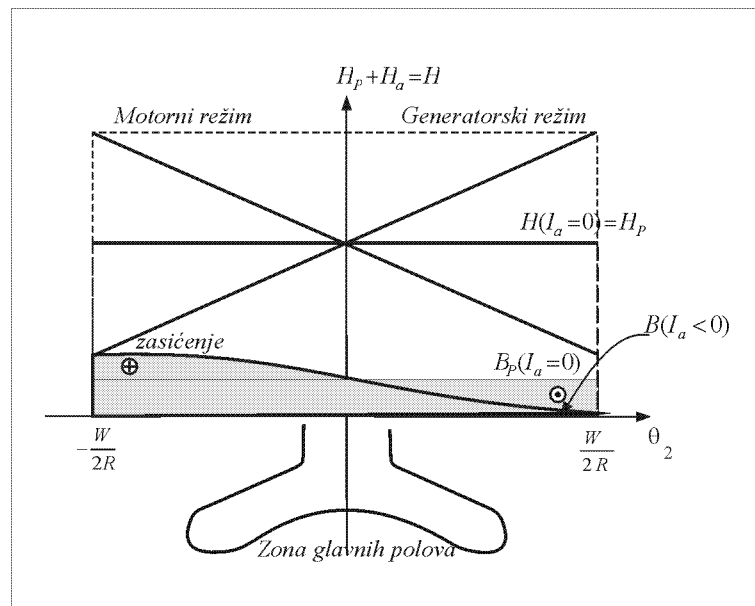


Slika 108.

Kada I_a raste, nagib prave će biti sve veći.

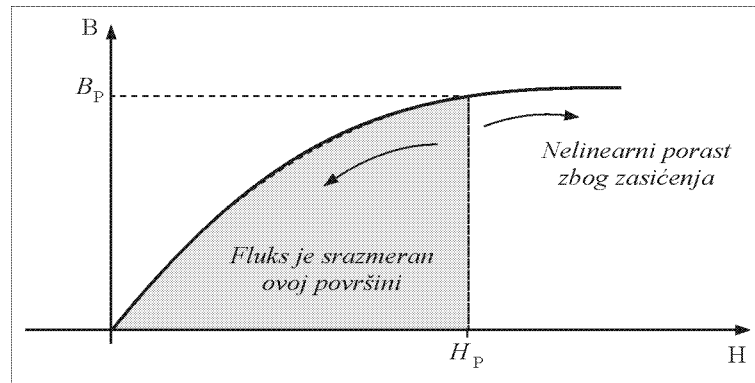
Zavisnost $H_a(q_2)$ u zoni ispod glavnih polova je linearna.

Rezultantno polje: $H = H_p + H_a$



Slika 109.

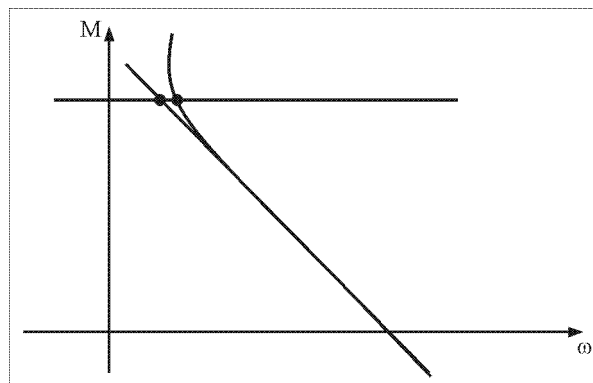
Šta se dešava sa poljem B ispod glavnih polova u vazdušnom zazoru?



Slika 110. Greška na slici: Konstatacija da je fluks srazmeran sen-enoj površini nije tačna. Fluks je srazmeran sen-enoj površini na slici 109.

Fluks je srazmeran površini $\Phi = LR \int B(q) dq$. Porast krive je nelinearan zbog zasićenja.

U zoni gde polje H opada, manje ili više linearno će opasti indukcija. U zoni gde polje H raste, porast H neće u istoj meri biti propratjen porastom B zbog pojave magnetnog zasićenja. Zbog toga Φ_p opada pri porastu armaturne struje – ova pojava se zove reakcija indukta i ima uticaj na mehaničku karakteristiku mašine. Mehanička karakteristika mašine je geometrijsko mesto tačaka u $M(\omega)$ dijagramu za zadate uslove napajanja.



Slika 111.

Mehanička karakteristika treba da bude linearna, ali će se zbog ovog efekta kriviti. Zbog zavisnosti $\Phi_p(i_a)$ za odgovarajućem momentu imaćemo veću brzinu od one koju očekujemo, zahvaljujući reakciji indukta.

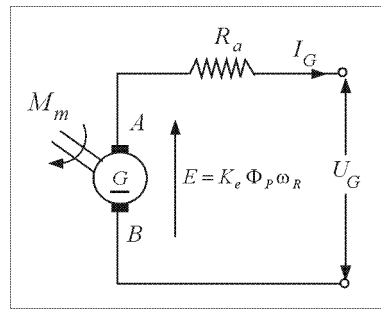
$$U_{AB} = R_a I_a + K_e \Phi_p \omega_R.$$

Zanemarimo $R_a I_a$.

$$\omega_0 = \frac{U_{AB}}{K_e \Phi_p}.$$

I_a se povećava, Φ_p se smanjuje a ω_0 raste.

To znači da je veća snaga mašine, ali ne obavezno i koeficijent korisnog dejstva. Kada mašina radi kao generator bitnija nam je njena električna karakteristika: R_a – termogeni otpor armaturnog namotaja.



Slika 112.

I_G, U_G – izlazna struja i napon generatora.

$$E - R_a I_G = U_G.$$

Za $E = K_e \Phi_p \omega_R$ imamo:

$$K_e \Phi_p \omega_R - R_a I_G = U_G.$$

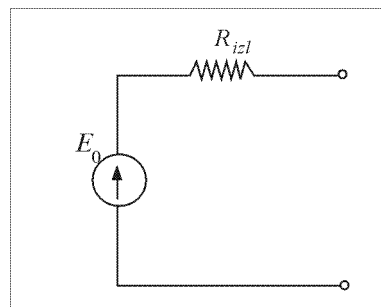
Linearizovanjem karakteristike $\Phi_p(I_a)$:

$$\Phi_p(I_a) \approx \Phi_{p_0} - K_{AA} I_a.$$

K_{AA} je koeficijent reakcije indukta.

$$K_e \Phi_{p_0} \omega - (K_e K_{AA} \omega + R_a) I_a = U_G.$$

Umanjenje pobudnog fluksa reflektuje se na umanjeње elektromotorne sile. Sve to modelujemo ovako:



Slika 113.

$$R_{izl} = K_e K_{AA} \omega + R_a.$$

Generator sa pojavom reakcije indukta modelujemo kao idealan izvor E_0 sa unutrašnjom otpornosti R_{izl} .

II – termogeni deo $R_a I_a^2$ su gubici snage dok $K_e K_{AA} \omega I_a^2$ ne modeluje nikakve gubitke snage pri konverziji.

Snaga konverzije nije $E_0 I$, jer se E_0 realno ne indukuje – njim modelujemo reakciju indukta, ali ona realno ne postoji. Stvarna snaga konverzije jednaka je proizvodu elektromotorne sile koja se stvarno indukuje i struje I_a .

Kompenzacioni namotaj – ugrađen u glavnim polovima, tako da može da balansira amper–zavojske rotorskih namotaja. Ovako se eliminiše magnetopobudna sila koja je uzrok pojave polja H_a . Struje u kompenzacionim namotajima su suprotnog smera od onih u rotorskim. Kompenzacioni namotaj dakle umanjuje uticaj negativnih efekata reakcije indukta.

Redno pobuđeni motor

$$M_{em} = K_m \Phi_p I_a,$$

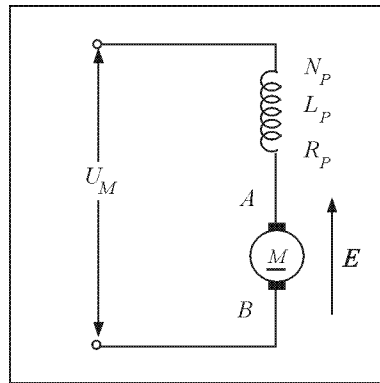
$$\Phi_p = L_p' I_p = L_p' I_a,$$

$$M_{em} = K_m L_p' I_a^2.$$

$I_p = I_a$. Armaturna struja je jednaka pobudnoj.

Ove relacije važe za režim relativno malih vrednosti fluksa, van dubokog zasićenja, gde je fluks srazmeran struji.

Pobudni namotaj rednog motora i namotaj armature vezani su na red.

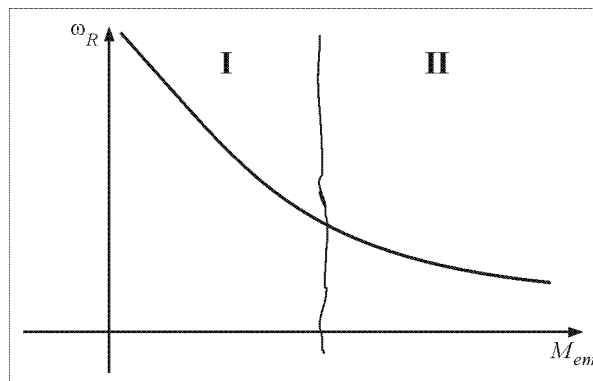


Slika 114.

Napon napajanja može da promeni smer, ali se smer momenta ne menja – ostaje pozitivan.

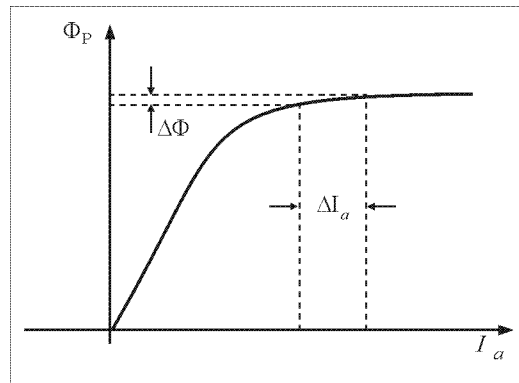
Možemo realizovati samo jedan, pozitivan znak momenta. Smer u kome moment deluje se može promeniti samo okretanjem pobudnog namotaja, tako da je $I_a = -I_p$.

Mehanička karakteristika postoji samo u prvom kvadrantu:



Slika 115.

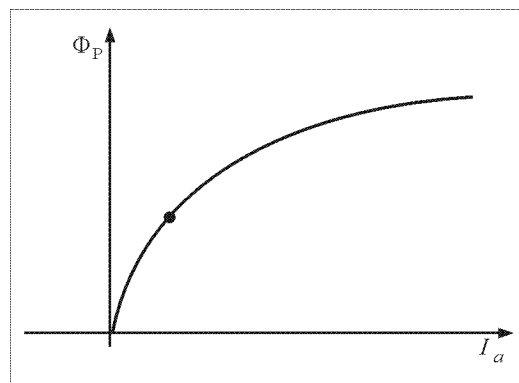
II zona velikih elektromagnetnih momenata \Rightarrow armaturna struja je visoka.



Slika 116.

Pošto je $I_a = I_p$, a u zoni dva imamo velike vrednosti I_a i nalazimo se u zoni dubokog zasićenja, pa zbog toga varijacije armaturne struje ne utiču na varijacije fluksa, pa u ovoj II oblasti možemo da smatramo da je fluks manje-više konstantan. Kao kod mašina sa nezavisnom pobudom karakteristika je približno linearna.

I Male vrednosti momenta \Rightarrow male vrednosti struje I_a . Nalazimo se u linearnom delu karakteristike $\Phi_p(I_a)$



Slika 117.

$$\Phi_p = L_p' I_a,$$

$$U_M = (R_a + R_p) I_a + K_e \Phi_p \omega_R.$$

Jednačina naponskog balansa. Ako zanemarimo termogeni pad napona:

$$U_M = K_e L_p' I_a \omega_R;$$

$$\omega_R = \frac{U}{K_e L_p' I_a};$$

Brzinu rednog motora možemo menjati ili menjanjem U ili I_a .

Treba nam mehanička karakteristika, tj. zavisnost $M(\omega)$:

$$M_{em} = K_m L_P' I_a^2,$$

$$I_a = \sqrt{\frac{M_{em}}{K_m L_P'}},$$

$$\omega_R = \frac{\sqrt{K_m}}{K_e} \cdot \frac{1}{\sqrt{L_P'}} \frac{U_m}{\sqrt{M_{em}}},$$

$$\frac{\sqrt{K_m}}{K_e} = 1,$$

$$M \sim \frac{U}{\omega_R^2}.$$

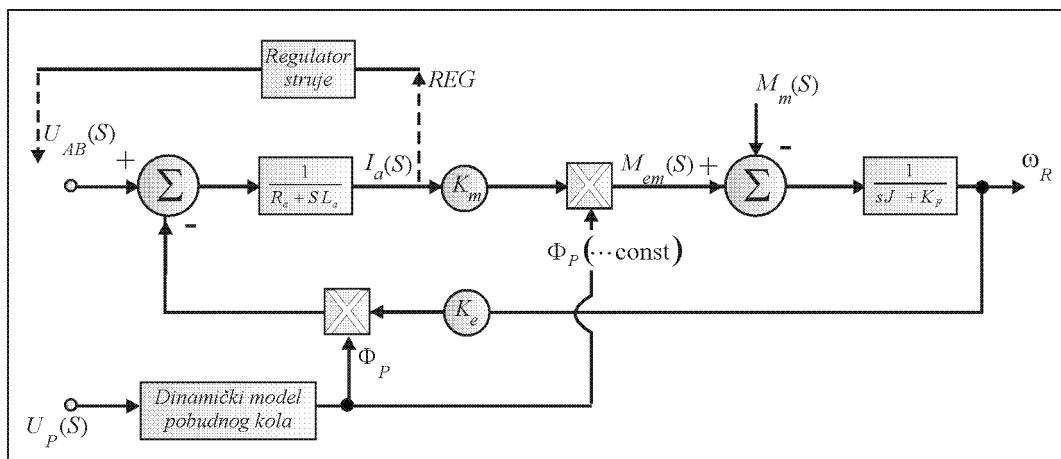
jer je $\omega_R \sim \frac{U}{\sqrt{M}}$

Ako je $M \approx 0$ sledi da $\omega_0 \rightarrow \infty$ i brzina praznog hoda je beskonačno velika.

Redni motor ne sme da se ostavi da radi bez opterećenja.

Dinamički model motora jednosmerne struje – blok dijagram

Ovaj blok–dijagram ćemo koristiti za sintezu algoritma upravljanja.



Slika 118.

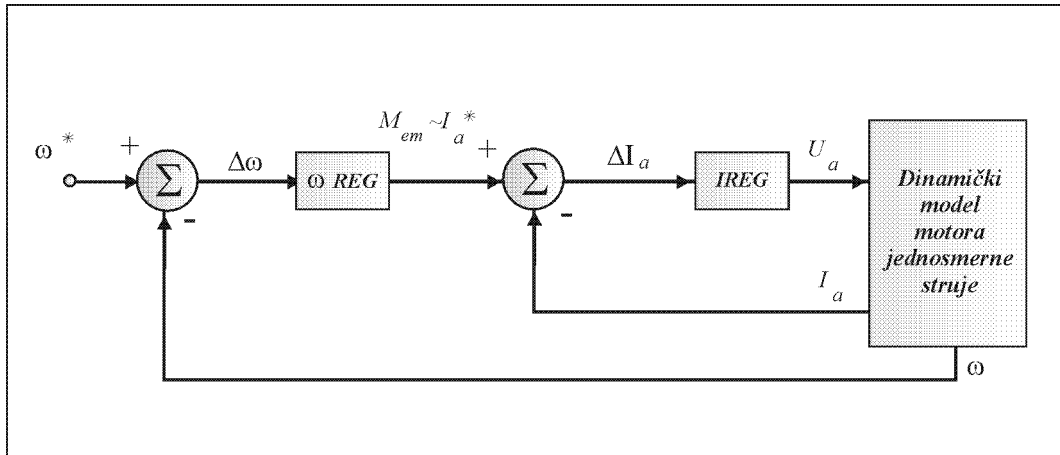
Ukoliko istovremeno posmatramo prelazne pojave u dinamičkom modelu pobudnog kola i prelazne pojave u kolu armature, model ne može biti linearan (ne može se promeniti Laplasova transformacija)

Linearizacija radne tačke vrši se tako što se funkcija razvije u red i zanemare članovi višeg reda: (Φ_{P_0}, I_{a_0}) (linearizaciju vršimo za male varijacije oko radne tačke).

$$\Delta M_{em} = \Phi_{P_0} \Delta I_a + I_{a_0} \Delta \Phi_P.$$

Uobičajeno je da se mašine jednosmerne struje upravljaju (regulišu) tako da je armaturna struja jedna od regulisanih veličina – postojaae nekakav regulator struje.

Tipičan pogonski regulator mašina jednosmerne struje: (armaturna struja je signal povratne sprege, a armaturni napon je upravljàka promenljiva)



Slika 119.

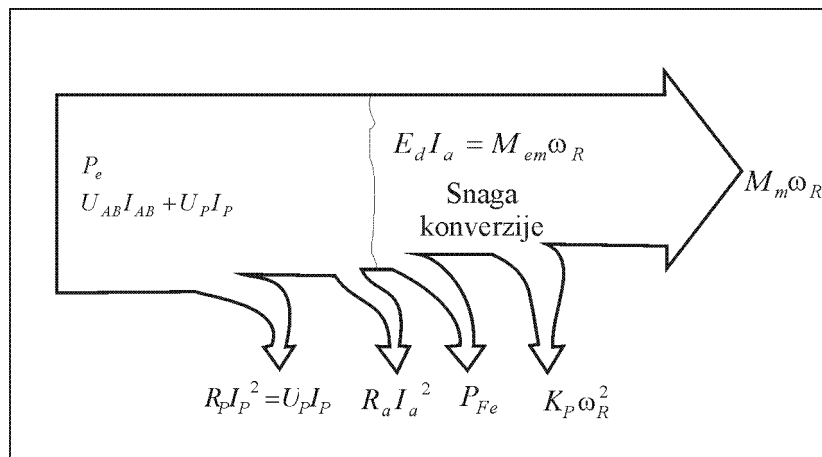
Zvezdica kod I_a označava da se radi o referentnoj vrednosti (*set-point*)

Ovo je tipična kaskadna struktura regulacije.

Na ulazu je diskriminator odstupanja brzine, koji poredi datu vrednost brzine sa izmerenom i na osnovu izmerenog odstupanja $\Delta\omega$, po nekakvom zakonu (koji je obično PI) zadaje na svom izlazu elektromagnetni moment ili armaturnu struju. Kontura strujne regulacije je mala, lokalna petlja – ona teži da tako podesi armaturni napon da rezultujuæi moment odgovara željama brzinskog regulatora.

Bilans snage mašina jednosmerne struje

Mašina jednosmerne struje ima dva električna i jedan mehanički priključak. Pretpostavljamo da se radi o motornom režimu, mada se bilans snage bitno ne menja ni u generatorskom režimu.



Slika 120. Greška na slici: koeficijent K_P treba da se ozna-i kao K_F u zna-enju koeficijenta frikcije

$R_P I_P^2 = U_P I_P$ gubici snage u termogenom otporu pobudnog namotaja (obično su mali, ali ih ne treba zanemariti), $R_a I_a^2$ gubici u armaturnom namotaju ovde treba dodati i eventualne gubitke usled konaènog pada napajanja na dodiru između èetkica i kolektorskih kriški, P_{Fe} gubici u gvoždju rotora, $K_F \omega_R^2$ gubici na trenje i ventilaciju i $M_m \omega_R$ mehanička snaga koju predajemo potrošaèu.

$$M_{em} \xrightarrow{\text{-----}} M_m$$

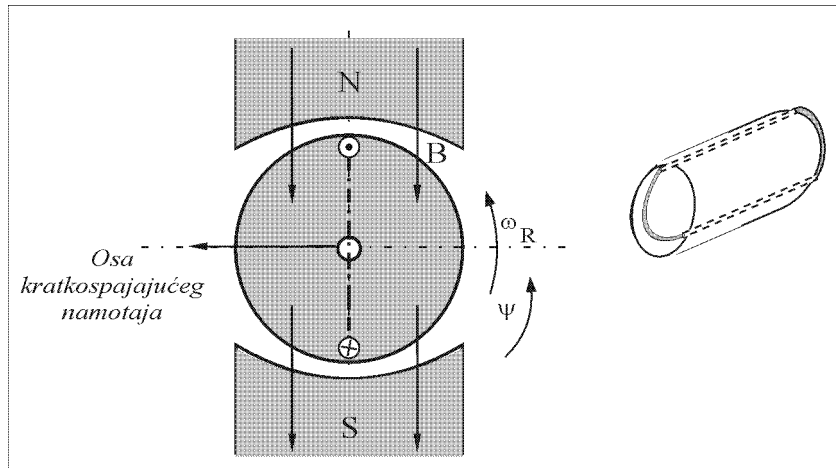
$$\downarrow$$

$$\frac{P_{Fe}}{W_R}$$

Gubici u gvoždju oduzimaju se od snage konverzije ($P_C = M_{em} W_R$). Ovi gubici postoje zbog pulsacije magnetnog polja u nekom neidealnom feromagnetiku. Zašto se sada oduzimaju od mehaničkih?

Pretpostavimo da su gubici u gvoždju rotora uglavnom prisutni zbog vihornih struja. Uoèimo jedan kratkospajajuæi navojak na rotoru koji nije laminiran, veæ je jedan veliki komad gvoždja.

Zamislimo bilo kakav kratkospajajuæi zavojak:



Slika 121.

Rotacijom namotaja poveæava se njegov fluksni obuhvat—on se postavlja sve više kolinearno sa linijama polja. Svaki kratkospajajuæi zavojak indukuje struju koja se protivi uspostavljanju fluksa. Vektorski proizvod I i B daje silu koja se protivi kretanju.

Uoèavanjem bilo kojeg kratkospajajuæeg provodnika na telu rotora vidimo da se obrtanjem rotora u magnetnom polju pobudnih polova uspostavljaju vihorne struje èija je priroda takva da u interakciji sa poljem spreæavaju kretanje. Spregnuta sila koje èine moment u proizvodu sa ugaonom brzinom daju gubitak u gvoždju. Prema tome, sa gornje slike se zaista vidi da moment koji zovemo elektromagnetni biva umanjen za koliènik $\frac{P_{Fe}}{W}$.

Primitite: gubici u gvoždju postoje i onda kada nema napajanja na armaturnom namotaju, tj. onda kada kroz rotor ne teku nikakve struje. Ovi gubici se javljaju zato što se rotor (koji može biti i obièan komad gvoždja, ne mora da ima provodnike) obræe u magnetnom polju.

Mašine jednosmerne struje moraju da se održavaju (da im se menjaju èetkice), javljaju se i problemi sa elektriènim lukom i zato se koriste druge vrste mašina.